

# TH E S E

présentée à

l'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE et MEDICALE de GRENOBLE

pour obtenir le grade de

Docteur-Ingénieur

par

**François LOUANGE**

---

TRAITEMENT DU SIGNAL  
PAR MODULATION D'OUVERTURE  
DANS LES ANTENNES - RESEAUX

---

Soutenue le 23 Octobre 1972, devant la Commission d'examen

J U R Y

Monsieur J. BENOIT  
Messieurs A. COUMES  
J.L. LACOUME  
J. MUNIER

Président,

} Examinateurs .



# **T H E S E**

présentée à

**l'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE et MEDICALE de GRENOBLE**

pour obtenir le grade de

**Docteur-Ingénieur**

par

**François LOUANGE**

---

**TRAITEMENT DU SIGNAL  
PAR MODULATION D'OUVERTURE  
DANS LES ANTENNES - RESEAUX**

---

**Soutenue le 23 Octobre 1972, devant la Commission d'examen**

**J U R Y**

**Monsieur J. BENOIT  
Messieurs A. COUMES  
J.L. LACOUME  
J. MUNIER**

**Président,**

**} Examinateurs .**

PRESIDENT : Monsieur Michel SOUTIF  
VICE-PRESIDENT : Monsieur Gabriel CAU

PROFESSEURS TITULAIRES

|                     |              |                                       |
|---------------------|--------------|---------------------------------------|
| MM. ANGLES D'AURIAC | Paul         | Mécanique des fluides                 |
| ARNAUD              | Georges      | Clinique des maladies infectieuses    |
| ARNAUD              | Paul         | Chimie                                |
| AUBERT              | Guy          | Physique                              |
| AVANT               | Yves         | Physique approfondie                  |
| Mme BARBIER         | Marie-Jeanne | Electrochimie                         |
| MM. BARBIER         | Jean-Claude  | Physique expérimentale                |
| BARBIER             | Reynold      | Géologie appliquée                    |
| BARJON              | Robert       | Physique nucléaire                    |
| BARNAUD             | Fernand      | Biosynthèse de la cellulose           |
| BARRA               | Jean-René    | Statistiques                          |
| BARROE              | Joseph       | Clinique chirurgicale                 |
| BENOIT              | Jean         | Radioélectricité                      |
| BERNARD             | Alain        | Mathématiques pures                   |
| BESSON              | Jean         | Electrochimie                         |
| BEZES               | Henri        | Chirurgie générale                    |
| BLAMBERT            | Maurice      | Mathématiques pures                   |
| BOLLIET             | Louis        | Informatique (IUT B)                  |
| BONNET              | Georges      | Electrotechnique                      |
| BONNET              | Jean-Louis   | Clinique ophtalmologique              |
| BONNET-EYMARD       | Joseph       | Pathologie médicale                   |
| BONNIER             | Etienne      | Electrochimie, électrometallurgie     |
| BOUCHERLE           | André        | Chimie et toxicologie                 |
| BOUCHEZ             | Robert       | Physique nucléaire                    |
| BOUSSARD            | Jean-Claude  | Mathématiques appliquées              |
| BRAVARD             | Yves         | Géographie                            |
| BRISSENEAU          | Pierre       | Physique du solide                    |
| BUYLE-BODIN         | Maurice      | Electronique                          |
| CABANAC             | Jean         | Pathologie chirurgicale               |
| CABANEL             | Guy          | Clinique rhumatologique et hydrologie |
| CALAS               | François     | Anatomie                              |

|              |             |                                        |
|--------------|-------------|----------------------------------------|
| MM. CARRAZ   | Gilbert     | Biologie animale et pharmacodynamie    |
| CAU          | Gabriel     | Médecine légale et toxicologie         |
| CAQUIS       | Georges     | Chimie organique                       |
| CHABAUTY     | Claude      | Mathématiques pures                    |
| CHARACHON    | Robert      | Oto-rhino-laryngologie                 |
| CHATEAU      | Robert      | Thérapeutique                          |
| CHENE        | Marcel      | Chimie papetière                       |
| COEUR        | André       | Pharmacie chimique                     |
| CONTAMIN     | Robert      | Clinique gynécologique                 |
| COUDERC      | Pierre      | Anatomie pathologique                  |
| CRAYA        | Antoine     | Mécanique                              |
| Mme DEBELMAS | Anne-Marie  | Matière médicale                       |
| MM. DEBELMAS | Jacques     | Géologie générale                      |
| DEGRANGE     | Charles     | Zoologie                               |
| DESRE        | Pierre      | Métallurgie                            |
| DESSAUX      | Georges     | Physiologie animale                    |
| DODU         | Jacques     | Mécanique appliquée                    |
| DOLIQUE      | Jean-Michel | Physique des plasmas                   |
| DREYFUS      | Bernard     | Thermodynamique                        |
| DUCROS       | Pierre      | Cristallographie                       |
| DUGOIS       | Pierre      | Clinique de dermatologie et syphiligr. |
| FAU          | René        | Clinique neuro-psychiatrique           |
| FELICI       | Noël        | Electrostatique                        |
| GAGNAIRE     | Didier      | Chimie physique                        |
| GALLISSOT    | François    | Mathématiques pures                    |
| GALVANI      | Octave      | Mathématiques pures                    |
| GASTINEL     | Noël        | Analyse numérique                      |
| GEINDRE      | Michel      | Electroradiologie                      |
| GERBER       | Robert      | Mathématiques pures                    |
| GIRAUD       | Pierre      | Géologie                               |
| KLEIN        | Joseph      | Mathématiques pures                    |



|     |               |              |                                        |
|-----|---------------|--------------|----------------------------------------|
| Mme | KOFLER        | Lucie        | Botanique et physiologie végétale      |
| MM. | KOSZUL        | Jean-Louis   | Mathématiques pures                    |
|     | KRAVTCHENKO   | Julien       | Mécanique                              |
|     | KUNTZMANN     | Jean         | Mathématiques appliquées               |
|     | LACAZE        | Albert       | Thermodynamique                        |
|     | LACHARME      | Jean         | Biologie végétale                      |
|     | LAJZEROWICZ   | Joseph       | Physique                               |
|     | LATREILLE     | René         | Chirurgie générale                     |
|     | LATURAZE      | Jean         | Biochimie pharmaceutique               |
|     | LAURENT       | Pierre       | Mathématiques appliquées               |
|     | LEDRU         | Jean         | Clinique médicale B                    |
|     | LLIBOUTRY     | Louis        | Géophysique                            |
|     | LOUP          | Jean         | Géographie                             |
| Mie | LUTZ          | Elisabeth    | Mathématiques pures                    |
| MM. | MALGRANGE     | Bernard      | Mathématiques pures                    |
|     | MALINAS       | Yves         | Clinique obstétricale                  |
|     | MARTIN-NOËL   | Pierre       | Séméiologie médicale                   |
|     | MASSEPORT     | Jean         | Géographie                             |
|     | MAZARE        | Yves         | Clinique médicale A                    |
|     | MICHEL        | Robert       | Minéralogie et pétrographie            |
|     | MOURIQUAND    | Claude       | Histologie                             |
| MM. | MOUSSA        | André        | Chimie nucléaire                       |
|     | NEEL          | Louis        | Physique du solide                     |
|     | OZENDA        | Paul         | Botanique                              |
|     | PAUTHENET     | René         | Electrotechnique                       |
|     | PAYAN         | Jean-Jacques | Mathématiques pures                    |
|     | PEBAY-PEROULA | Jean-Claude  | Physique                               |
|     | PERRET        | René         | Servomécanismes                        |
|     | PILLET        | Emile        | Physique industrielle                  |
|     | RASSAT        | André        | Chimie systématique                    |
|     | RENARD        | Michel       | Thermodynamique                        |
|     | REULOS        | René         | Physique industrielle                  |
|     | RINALDI       | Renaud       | Physique                               |
|     | ROGET         | Jean         | Clinique de pédiatrie et de puéricult. |
|     | SANTON        | Lucien       | Mécanique                              |
|     | SEIGNEURIN    | Raymond      | Microbiologie et hygiène               |
|     | SENGEL        | Philippe     | Zoologie                               |
|     | SILBERT       | Robert       | Mécanique des fluides                  |
|     | SOUTIF        | Michel       | Physique générale                      |
|     | TANCHE        | Maurice      | Physiologie                            |
|     | TRAYNARD      | Philippe     | Chimie générale                        |

|     |          |          |                              |
|-----|----------|----------|------------------------------|
| MM. | VAILLAND | François | Zoologie                     |
|     | VALENTIN | Jacques  | Physique nucléaire           |
|     | VAUQUOIS | Bernard  | Calcul électronique          |
| Mme | VERAIN   | Alice    | Pharmacie galénique          |
| M.  | VERAIN   | André    | Physique                     |
| Mme | VEYRET   | Germaine | Géographie                   |
| MM. | VEYRET   | Paul     | Géographie                   |
|     | VIGNAIS  | Pierre   | Biochimie médicale           |
|     | VOCCOZ   | Jean     | Physique nucléaire théorique |

# PROFESSEURS ASSOCIES

|     |               |          |                          |
|-----|---------------|----------|--------------------------|
| MM. | BULLEMER      | Bernhard | Physique                 |
|     | HANO JUN-ICHI |          | Mathématiques pures      |
|     | STEPHENS      | Michaël  | Mathématiques appliquées |

# PROFESSEURS SANS CHAIRE

|     |             |              |                          |
|-----|-------------|--------------|--------------------------|
| M.  | BEAUDOING   | André        | Pédiatrie                |
| Mme | BERTRANDIAS | Françoise    | Mathématiques pures      |
| MM. | BERTRANDIAS | Jean-Paul    | Mathématiques appliquées |
|     | BIAREZ      | Jean-Pierre  | Mécanique                |
|     | BONNETAIN   | Lucien       | Chimie minérale          |
| Mme | BONNIER     | Jane         | Chimie générale          |
| MM. | CARLIER     | Georges      | Biologie végétale        |
|     | COHEN       | Joseph       | Electrotechnique         |
|     | CÔUMES      | André        | Radioélectricité         |
|     | DEPASSEL    | Roger        | Mécanique des fluides    |
|     | DEPORTES    | Charles      | Chimie minérale          |
|     | GAUTHIER    | Yves         | Sciences biologiques     |
|     | GAVEND      | Michel       | Pharmacologie            |
|     | GERMAIN     | Jean-Pierre  | Mécanique                |
|     | GRIDON      | Paul         | Géologie et minéralogie  |
|     | GLENAT      | René         | Chimie organique         |
|     | HACQUES     | Gérard       | Calcul numérique         |
|     | JANIN       | Bernard      | Géographie               |
| Mme | KAHANE      | Josette      | Physique                 |
| MM. | MULLER      | Jean-Michel  | Thérapeutique            |
|     | PERRIAUX    | Jean-Jacques | Géologie et minéralogie  |

|                  |              |                        |
|------------------|--------------|------------------------|
| MM. POULOUJADOFF | Michel       | Electrotechnique       |
| REBEQ            | Jacques      | Biologie (CUS)         |
| REVOL            | Michel       | Urologie               |
| REYMOND          | Jean-Charles | Chirurgie générale     |
| ROBERT           | André        | Chimie papetière       |
| DE ROUGEMONT     | Jacques      | Neurochirurgie         |
| SARRAZIN         | Roger        | Anatomie et chirurgie  |
| SARROT-REYNAULD  | Jean         | Géologie               |
| SIBILLE          | Robert       | Construction mécanique |
| SIROT            | Louis        | Chirurgie générale     |
| Mme SOUTIF       | Jeanne       | Physique générale      |

# MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

|                   |             |                          |
|-------------------|-------------|--------------------------|
| Mie AGNIUS-DELORD | Claudine    | Physique pharmaceutique  |
| Mie ALARY         | Josette     | Chimie analytique        |
| MM. AMBLARD       | Pierre      | Dermatologie             |
| AMBROISE-THOMAS   | Pierre      | Parasitologie            |
| ARMAND            | Yves        | Chimie                   |
| BEGUIN            | Claude      | Chimie organique         |
| BELORIZKY         | Elie        | Physique                 |
| BENZAKEN          | Claude      | Mathématiques appliquées |
| BILLET            | Jean        | Géographie               |
| BLIMAN            | Samuel      | Electronique (ENSER)     |
| BLOCH             | Daniel      | Electrotechnique         |
| Mme BOUCHE        | Liane       | Mathématiques (CUS)      |
| MM. BOUCHET       | Yves        | Anatomie                 |
| BOUVARD           | Maurice     | Mécanique des fluides    |
| BRODEAU           | François    | Mathématiques (IUT B)    |
| BRUGEL            | Lucien      | Energétique              |
| BUISSON           | Roger       | Physique                 |
| BUTEL             | Jean        | Orthopédie               |
| CHAMBAZ           | Edmond      | Biochimie médicale       |
| CHAMPETIER        | Jean        | Anatomie et organogénèse |
| CHIAVERINA        | Jean        | Biologie appliquée (EFP) |
| CHIBON            | Pierre      | Biologie animale         |
| COHEN-ADDAD       | Jean-Pierre | Spectrométrie physique   |
| COLOMB            | Maurice     | Biochimie médicale       |

|                 |             |                                |
|-----------------|-------------|--------------------------------|
| MM. CONTE       | René        | Physique                       |
| COULOMB         | Max         | Radiologie                     |
| CROUZET         | Guy         | Radiologie                     |
| DURAND          | Francis     | Métallurgie                    |
| DUSSAUD         | René        | Mathématiques (CUS)            |
| Mme ETERRADOSSI | Jacqueline  | Physiologie                    |
| MM. FAURE       | Jacques     | Médecine légale                |
| GENSAC          | Pierre      | Botanique                      |
| GIDON           | Maurice     | Géologie                       |
| GRIFFITHS       | Michaël     | Mathématiques appliquées       |
| GROULADE        | Joseph      | Biochimie médicale             |
| HOLLARD         | Daniel      | Hématologie                    |
| HUGONOT         | Robert      | Hygiène et médecine préventive |
| IDELMAN         | Simon       | Physiologie animale            |
| IVANES          | Marcel      | Electricité                    |
| JALBERT         | Pierre      | Histologie                     |
| JOLY            | Jean-René   | Mathématiques pures            |
| JOUBERT         | Jean-Claude | Physique du solide             |
| JULLIEN         | Pierre      | Mathématiques pures            |
| KAHANE          | André       | Physique générale              |
| KUHN            | Gérard      | Physique                       |
| LACOURME        | Jean-Louis  | Physique                       |
| Mme LAJZEROWICZ | Jeannine    | Physique                       |
| MM. LANCIA      | Roland      | Physique atomique              |
| LE JENTER       | Noël        | Electronique                   |
| LEROV           | Philippe    | Mathématiques                  |
| LOISEAUX        | Jean-Marie  | Physique nucléaire             |
| LONGEQUEUE      | Jean-Pierre | Physique nucléaire             |
| LUU DUC         | Cuong       | Chimie organique               |
| MACHE           | Régis       | Physiologie végétale           |
| MAGNIN          | Robert      | Hygiène et médecine préventive |
| MARECHAL        | Jean        | Mécanique                      |
| MARTIN-BOUYER   | Michel      | Chimie (CUS)                   |
| MAYNARD         | Roger       | Physique du solide             |
| MICHOULIER      | Jean        | Physique (IUT A)               |
| MICLOUD         | Max         | Maladies infectieuses          |
| MOREAU          | René        | Hydraulique (INP)              |
| NEGRE           | Robert      | Mécanique                      |
| PARAMELLE       | Bernard     | Pneumologie                    |
| PECCOUD         | François    | Analyse (IUT B)                |

|      |            |             |                                |
|------|------------|-------------|--------------------------------|
| MM.  | PEFFEN     | René        | Métallurgie                    |
|      | PELMONT    | Jean        | Physiologie animale            |
|      | PERRET     | Jean        | Neurologie                     |
|      | PERRIN     | Louis       | Pathologie expérimentale       |
|      | PFISTER    | Jean-Claude | Physique du solide             |
|      | PHÉLIP     | Xavier      | Rhumatologie                   |
| Mlle | PIERV      | Yvette      | Biologie animale               |
| MM.  | RACHAIL    | Michel      | Médecine interne               |
|      | RACINET    | Claude      | Gynécologie et obstétrique     |
|      | RENAUD     | Maurice     | Chimie                         |
|      | RICHARD    | Lucien      | Botanique                      |
| Mme  | RINAUDO    | Marguerite  | Chimie macromoléculaire        |
| MM.  | ROMIER     | Guy         | Mathématiques (IUT B)          |
|      | SHOM       | Jean-Claude | Chimie générale                |
|      | STIEGLITZ  | Paul        | Anesthésiologie                |
|      | STOEBNER   | Pierre      | Anatomie pathologique          |
|      | VAN CUTSEM | Bernard     | Mathématiques appliquées       |
|      | VEILLON    | Gérard      | Mathématiques appliquées (INP) |
|      | VIALON     | Pierre      | Géologie                       |
|      | VOOG       | Robert      | Médecine interne               |
|      | VROUSSOS   | Constantin  | Radiologie                     |
|      | ZADWORNY   | François    | Electronique                   |

# MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

|     |             |         |                     |
|-----|-------------|---------|---------------------|
| MM. | BOUDOURIS   | Georges | Radioélectricité    |
|     | CHEEKE      | John    | Thermodynamique     |
|     | GOLDSCHMIDT | Hubert  | Mathématiques       |
|     | STUARD      | Sidney  | Mathématiques pures |
|     | YACOLD      | Mahmoud | Médecine légale     |

## CHARGES DE FONCTIONS DE MAITRES DE CONFERENCES

|     |          |            |                 |
|-----|----------|------------|-----------------|
| Mme | BERIEL   | Hélène     | Physiologie     |
| Mme | RENAUDET | Jacqueline | Microbiologie . |

SOMMAIRE

|                       |                                                                                           | Pages : |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| INTRODUCTION          | ANTENNES QUADRIDIMENSIONNELLES ET MODULATION D'OUVERTURE .. .. .                          | 1       |
| CHAPITRE 1            | THEORIE DE LA MODULATION D'OUVERTURE .. .. .                                              | 5       |
|                       | 1.1. PRINCIPE ET PARAMETRES FONDAMENTAUX                                                  | 5       |
|                       | 1.2. REPOSES ANGULAIRES                                                                   | 6       |
|                       | 1.3. PUISSANCES MISES EN JEU - EFFICACITE DES VOIES                                       | 9       |
| CHAPITRE 2            | ETUDE NUMERIQUE .. .. .                                                                   | 11      |
|                       | 2.1. CARACTERISTIQUES DES MODELES ETUDIES                                                 | 11      |
|                       | 2.2. DEFINITION DES GRANDEURS CALCULEES ET MODE DE PRESENTATION DES RESULTATS             | 13      |
|                       | 2.3. ILLUMINATION STATIQUE EN TRIANGLE SUR PIEDESTAL                                      | 15      |
|                       | 2.3.1. Modulation en crêneaux                                                             | 16      |
|                       | 2.3.2. Modulation sinusoïdale                                                             | 22      |
|                       | 2.3.3. Modulation en dents de scie                                                        | 28      |
|                       | 2.4. ILLUMINATION STATIQUE EN COSINUS CARRE SUR PIEDESTAL                                 | 34      |
|                       | 2.4.1. Modulation en crêneaux                                                             | 34      |
|                       | 2.4.2. Modulation sinusoïdale                                                             | 40      |
|                       | 2.4.3. Modulation en dents de scie                                                        | 46      |
|                       | 2.5. CAS PARTICULIERS : ETUDE A UN PARAMETRE                                              | 53      |
| CHAPITRE 3            | TRAITEMENT DES SIGNAUX DE SORTIE .. .. .                                                  | 77      |
|                       | 3.1. EXEMPLE D'ANTENNE-RESEAU A TRAITEMENT LOGIQUE                                        | 77      |
|                       | 3.2. EXEMPLE D'ANTENNE-RESEAU A PRODUIT                                                   | 85      |
| CHAPITRE 4            | LA COMMUTATION RAPIDE - REALISATION PRATIQUE .. .. .                                      | 91      |
|                       | 4.1. COUPLEUR 3 dB                                                                        | 92      |
|                       | 4.2. INTERRUPTEUR A DIODE P.I.N.                                                          | 96      |
|                       | 4.3. COMMUTATEUR A DEUX SORTIES                                                           | 99      |
| CONCLUSION .. .. .    |                                                                                           | 101     |
| BIBLIOGRAPHIE .. .. . |                                                                                           | 103     |
| ANNEXE 1              | CALCUL DU NIVEAU $\Psi$ DU PLUS GRAND LOBE SECONDAIRE D'UN DIAGRAMME $D(u)$ .. .. .       | 105     |
| ANNEXE 2              | DEMONSTRATION DE L'ABSENCE DE LOBES SECONDAIRES DANS DEUX DIAGRAMMES PARTICULIERS .. .. . | 107     |

CE TRAVAIL A ETE EFFECTUE AU LABORATOIRE D'ELECTROMAGNETISME DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ELECTRONIQUE ET DE RADIO-ELECTRICITE DE GRENOBLE .

JE PRIE MONSIEUR LE PROFESSEUR J. BENOIT, DIRECTEUR DE L'ECOLE, D'ACCEPTER MES REMERCIEMENTS POUR M'AVOIR FAIT L'HONNEUR DE PRESIDER LE JURY DE CETTE THESE .

JE REMERCIE EGALEMENT MONSIEUR LE PROFESSEUR A. COUMES, DIRECTEUR DE MON LABORATOIRE, AINSI QUE MONSIEUR J. L. LACOUME, MAITRE DE CONFERENCES, D'AVOIR BIEN VOULU FAIRE PARTIE DU JURY .

JE TIENS A EXPRIMER TOUTE MA GRATITUDE A MONSIEUR J. MUNIER, MAITRE DE RECHERCHES AU C. N. R. S., POUR L'AIDE EFFICACE QU'IL M'A PROCUREE ET L'INTERET AVEC LEQUEL IL A SUIVI MES RECHERCHES .

JE REMERCIE MES COLLEGUES DE LABORATOIRE ET EN PARTICULIER MES- SIEURS CANO ET KIEFER QUI ONT CONTRIBUE A LA REALISA- TION DE CE TRAVAIL AINSI QUE MADEMOISELLE MERKLEN ET MONSIEUR DANIEL QUI EN ONT ASSURE LA MISE EN PAGE ET LE TIRAGE .



Les antennes classiques sont des dispositifs entièrement caractérisés par des paramètres invariants : fréquence de travail et distribution complexe des champs ou des courants sur toute surface fermée englobant les sources. Cette distribution étant définie dans le repère des trois variables d'espace, on est fondé à qualifier une telle antenne de *tridimensionnelle*. Son diagramme de rayonnement est immuable, à fréquence donnée.

Depuis longtemps, on a été amené à concevoir des antennes dont certains paramètres pouvaient varier en fonction du temps, par exemple la phase des champs sur la surface rayonnante en vue d'un balayage angulaire ; on peut alors parler d'antennes *quadrimensionnelles*, définies dans un repère à quatre variables, dont le temps.

La généralisation de ce concept, notamment au cas où les dimensions de l'ouverture rayonnante et la loi d'illumination subissent une *modulation temporelle périodique*, est due à SHANKS et BICKMORE qui, en 1959, ont décrit<sup>[1]</sup> les possibilités du "domaine temporel". Cette méthode de traitement des signaux est théoriquement applicable à tous les types d'antennes, ouvertures rayonnantes continues ou réseaux ; néanmoins, en pratique elle est surtout utilisable avec les antennes-réseaux, où chacun des radiateurs élémentaires peut être modulé en amplitude et en phase indépendamment des autres.

La théorie générale des réseaux modulés a été faite en 1967 par HATCHER<sup>[2]</sup>. Considérons, pour simplifier, un réseau linéaire de N radiateurs élémentaires équidistants sur une longueur totale L, dont les excitations complexes  $A_n(t)$ , modulées périodiquement à la pulsation  $\omega$ , sont caractérisées par les coefficients de FOURIER complexes  $a_{nk}$  :

$$A_n(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ a_{nk} e^{jk\omega t} \right] .$$

Si le réseau reçoit d'une direction faisant un angle  $\theta$  avec sa normale une onde incidente plane monochromatique de pulsation  $\Omega$ , le signal de sortie du circuit de synthèse additive est, à une constante multiplicative complexe près :

$$\left\{ \begin{array}{l} S(t, \theta) = \sum_{n=1}^N \left[ A_n(t) e^{j(\Omega t + n\phi)} \right] \\ \text{avec le déphasage élémentaire : } \phi = \frac{\Omega}{c} \frac{L}{N-1} \sin \theta \end{array} \right. . \text{ En intervertissant les deux sommations, on obtient : } S(t, \theta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ e^{j(\Omega + k\omega)t} \sum_{n=1}^N \left[ a_{nk} e^{jn\phi} \right] \right] .$$

Ce signal a un spectre de raies, distantes entre elles de la fréquence de modulation, que l'on peut isoler au moyen de filtres passe-bande de manière à constituer des canaux de sortie séparés ; la méthode s'applique donc essentiellement au cas de la réception. A chaque raie spectrale, et par conséquent à chaque canal de sortie, correspond une réponse angulaire distincte, ou diagramme. Pour le canal k, celui-ci ne dépend que des N nombres complexes  $a_{nk}$ , et, dans la mesure où ces coefficients sont indépendants les uns des autres, on peut synthétiser plusieurs diagrammes indépendants simultanés (théoriquement une infinité). Il est à noter que la raie centrale, à la fréquence de l'onde incidente, correspond à une illumination statique équivalente égale à la moyenne temporelle de l'illumination modulée.

Le résultat est un accroissement considérable de la capacité d'information spatiale de l'antenne, qui équivaut alors à un nombre d'antennes classiques simultanées égal à celui des canaux réalisés. Cette propriété ouvre un vaste champ d'applications, dont trois types se dégagent principalement :

1. Synthèse d'un diagramme unique répondant à des spécifications particulières (bas niveau de lobes secondaires, par exemple) qu'il peut être difficile, voire impossible, d'obtenir par des moyens classiques. La méthode est particulièrement intéressante dans certains cas où la loi d'illumination statique est imposée à l'avance. Dans ces conditions, un seul canal de sortie est utilisé, généralement celui de la raie centrale.
2. Synthèse d'un diagramme unique évolutif. C'est le cas des antennes à balayage angulaire, dont le diagramme est de forme constante et de direction variable, et des antennes "adaptatives", dont le diagramme est de forme variable.
3. Synthèse de diagrammes multiples simultanés, chacun correspondant à un canal distinct. On peut ainsi obtenir les diagrammes somme et différence d'un système. "monopulse", ou même réaliser une antenne multifaisceaux.

Le principe de formation d'un diagramme multifaisceaux a été analysé par SHANKS en 1961<sup>[3]</sup> ; si l'on impose qu'aux différents canaux correspondent des diagrammes de même forme mais décalés angulairement, le calcul montre que l'illumination doit être réalisée par une impulsion se déplaçant périodiquement le long de l'ouverture ; la forme de cette impulsion dépend de la forme de diagramme désirée et du nombre de faisceaux à réaliser.

Un cas particulier important parmi les antennes quadridimensionnelles est celui des antennes à modulation d'ouverture. Les modulateurs élémentaires y sont remplacés par des interrupteurs commandés individuellement, qui effectuent une modulation par tout ou rien de l'excitation de chaque radiateur. A un instant donné, une partie des radiateurs sont connectés au dispositif de sommation, les autres restant inutilisés, ce qui produit une modulation temporelle de la longueur active du réseau (voir figure 1.a).

Un premier exemple de réseau de ce type a été fourni en 1963 par KUMMER<sup>[4]</sup>, qui réalisa une antenne multifaisceaux à l'aide d'interrupteurs à diodes commandés par un tube de commutation à faisceau électronique tournant à la fréquence de récurrence de 10 kHz. Un second exemple, également donné par KUMMER<sup>[4]</sup>, est celui d'une antenne unifaisceau à bas niveau de lobes secondaires, où la modulation au moyen de diodes est commandée par des impulsions rectangulaires de 3 à 98 microsecondes, à la fréquence de récurrence de 10 kHz.

L'intérêt de la modulation d'ouverture réside dans sa relative simplicité de mise en oeuvre en réception. En effet, les développements récents de la technologie des diodes de commutation rapide et des circuits intégrés pour micro-ondes permettent d'envisager des modulations à des fréquences atteignant plusieurs dizaines de mégahertz par des moyens simples ne mettant en jeu que de faibles puissances de commande.

Il faut remarquer que la modulation par tout ou rien est une contrainte, imposée par l'utilisation de diodes de commutation, qui interdit de synthétiser de façon indépendante les diagrammes relatifs aux différentes raies spectrales ; on constate de ce fait, dans la plupart des cas, que seul le diagramme à la fréquence de l'onde incidente présente quelque intérêt. Il serait possible, dans le cadre d'une autre étude, d'envisager une modulation graduelle de chaque élément du réseau au moyen de diodes à résistance variable du type P.I.N.

FIGURE 1 - Schémas de principe de la modulation d'ouverture à l'aide d'interrupteurs (a) ou de commutateurs à deux voies (b).

Figure 1.a

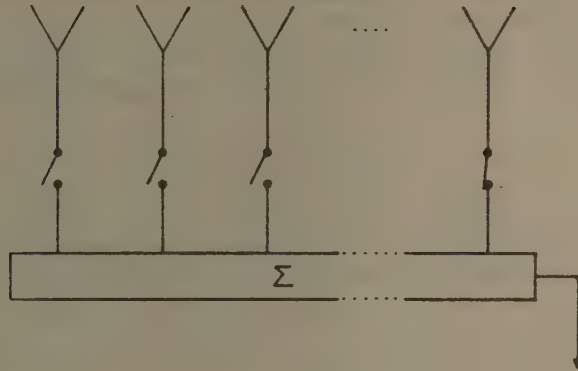
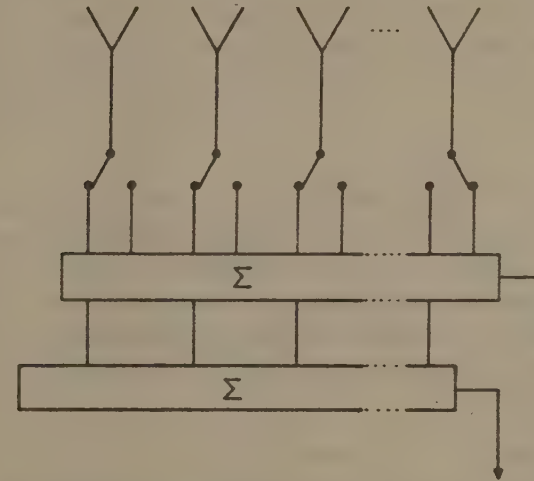
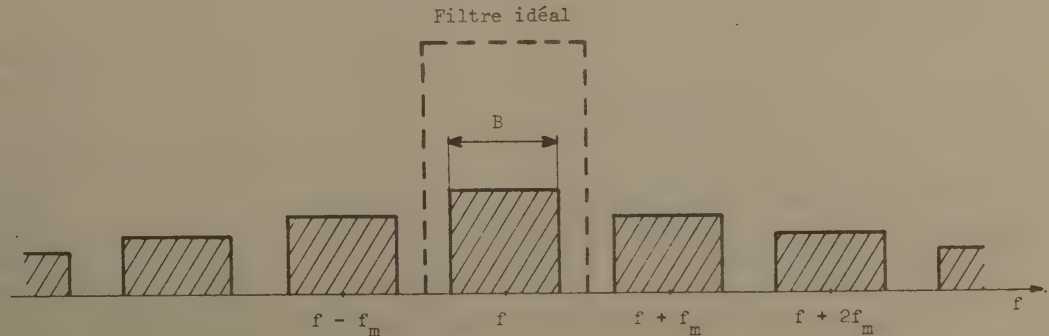


Figure 1.b



Le principe fondamental des antennes modulées est qu'une onde incidente monochromatique donne naissance à un spectre de raies distantes de la fréquence de modulation  $f_m$ , dont l'une ou plusieurs sont séparées par filtrage ; par suite, la valeur maximale imposée à la bande passante B est  $f_m$  (voir figure 2), ce qui limite la bande passante des signaux vidéo transportés par l'onde incidente à  $f_m/2$ , et met en évidence la nécessité de moduler à une fréquence élevée. Il est à noter que des interférences se produisent si plusieurs ondes incidentes de fréquences voisines sont reçues simultanément, obligeant dans ce cas à filtrer l'une d'entre elles *avant modulation*, à la sortie de chaque radiateur élémentaire.

FIGURE 2 - Spectre après modulation à la fréquence  $f_m$  pour une onde incidente de bande passante B centrée sur la fréquence  $f$ .



Une partie seulement de la puissance totale captée par le réseau d'antennes est utilisée, puisque les éléments du réseau ne sont connectés que pendant une fraction du temps ; on peut remarquer qu'il en est de même pour les réseaux à synthèse additive classiques, et que seule varie la méthode utilisée pour conformer la loi d'illumination. Cependant, la puissance captée par les radiateurs élémentaires non connectés à un instant donné n'est pas dissipée, et se trouve donc réfléchie et re-rayonnée, risquant de perturber la partie active du réseau ; une solution consisterait à remplacer les interrupteurs par des commutateurs à deux voies de sortie, l'une étant connectée au circuit de synthèse additive et l'autre à une terminaison adaptée qui absorberait la puissance inutilisée.

La présente étude propose une autre solution qui consiste à connecter les sorties inutilisées à un second circuit de synthèse additive, de manière à former une voie de réception que l'on qualifiera de "complémentaire" (voir figure 1.b). Les diagrammes correspondant respectivement à la voie principale et à la voie complémentaire sont en général très différents : l'un peut présenter, par exemple, une ambiguïté angulaire très faible, grâce à un bas niveau de lobes secondaires, et l'autre un pouvoir séparateur angulaire élevé avec un niveau de lobes secondaires important. Cette méthode permet d'utiliser toute la puissance captée par le réseau, d'augmenter la quantité d'information spatiale reçue, et d'envisager un traitement final du signal, par corrélation entre les deux voies ou traitement logique par exemple.

L'étude comporte, au chapitre 1, une analyse théorique de la méthode dans le cas d'un réseau linéaire fonctionnant en réception et considéré dans un plan, suivie, au chapitre 2, d'une recherche systématique, par simulation numérique, des performances obtenues pour certaines plages de variation représentatives des paramètres de la modulation. Quelques traitements typiques des deux signaux de sortie sont ensuite analysés au chapitre 3, par voies numérique et graphique. Enfin, la réalisation pratique d'un dispositif de commutation rapide à deux sorties utilisant des diodes P.I.N. dans des guides d'ondes est présentée au chapitre 4, ainsi que les performances qu'il est permis d'attendre de cette nouvelle technique.

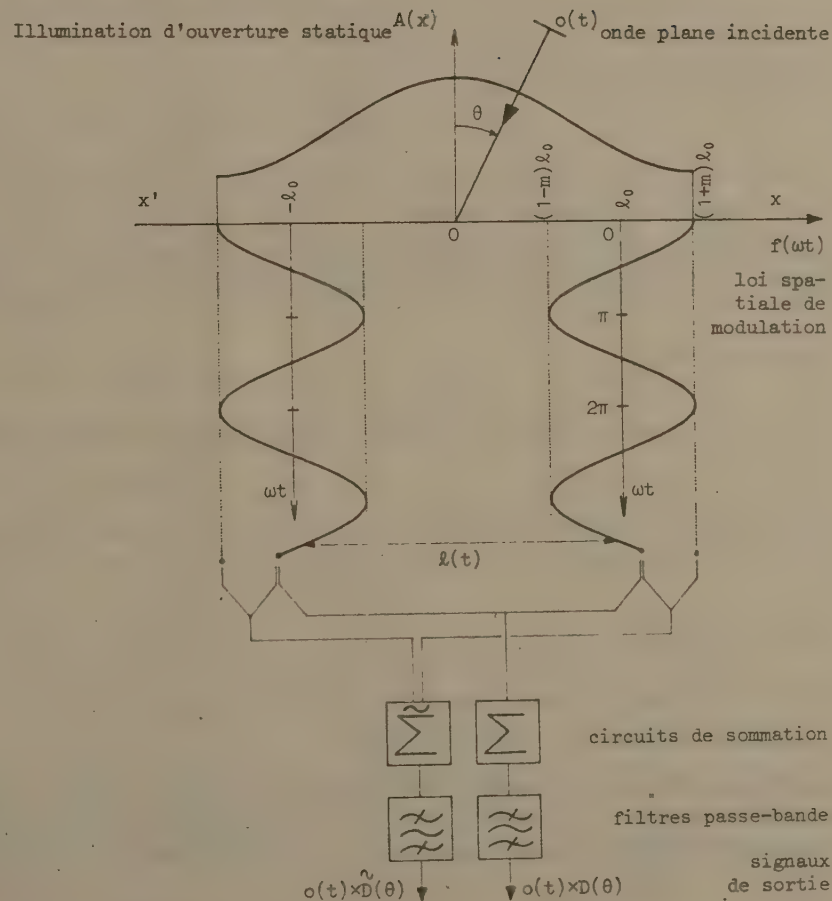
# 1.1. PRINCIPE ET PARAMETRES FONDAMENTAUX

La méthode de traitement sommairement décrite dans l'introduction sera analysée dans le cas de la réception d'une onde monochromatique, considérée dans un plan normal, par un réseau linéaire équiphase disposé le long d'un axe  $x'Ox$  symétriquement par rapport à 0 (voir figure ci-contre).

FIGURE 3 - Représentation symbolique du fonctionnement d'une antenne à modulation d'ouverture

Soit un tel réseau d'antennes élémentaires omnidirectionnelles dont les courants suivent une *loi d'illumination statique*  $A(x)$  ; tous les raisonnements qui suivent sont rigoureux, que  $A(x)$  soit une distribution ou une fonction continue ; ce dernier cas correspond à une ouverture continue, à laquelle peut en fait se ramener tout réseau d'un nombre suffisant d'éléments espacés d'une demi-longueur d'onde au maximum, comme on le vérifiera par la suite.

Nous poserons comme *première hypothèse* que la loi  $A(x)$  est *réelle et positive* ; en effet, la méthode étudiée n'impliquant aucun traitement de la phase de l'onde reçue, nous réservons la possibilité d'utiliser celle-ci indépendamment de la modulation d'ouverture, par exemple au moyen de déphaseurs placés à la sortie des radiateurs en vue d'un balayage angulaire. La *seconde hypothèse*, fondée sur la symétrie du problème de repérage d'une cible dans le plan par rapport à l'axe du réseau, sera qu'à chaque instant l'illumination de l'antenne respecte cette symétrie ; ceci implique la *parité* de la loi  $A(x)$  et la *symétrie* de la modulation par rapport au centre 0.



Chaque radiateur est suivi d'un commutateur à deux sorties ; toutes les sorties 1 sont connectées à un dispositif de sommation vectorielle  $\Sigma$ , suivi d'un filtre passe-bande centré sur la fréquence de l'onde incidente et de largeur inférieure à la fréquence de modulation, l'ensemble constituant la voie principale ; de même, les sorties 2, avec un dispositif  $\tilde{\Sigma}$  et un filtre semblables, constituent la voie complémentaire. Les commutateurs sont pilotés de façon telle que, vue de la voie principale, l'ouverture ait une longueur variable  $\ell(t)$  caractérisée par les paramètres de modulation suivants :

$$\begin{aligned} \text{- Période de modulation } T &: T = 2\pi/\omega \\ \text{- Taux de modulation } m &: 0 \leq m \leq 1 \\ \text{- Fonction modulante normalisée } f(\omega t) &: \left. \begin{aligned} &f(0) = 1 \\ &-1 \leq f(\omega t) \leq +1 \\ &f(\omega t + 2\pi) = f(\omega t) \end{aligned} \right\} \text{ pour tout } t. \end{aligned} \quad \ell(t) = 2 \ell_0 (1 + m f(\omega t)) \quad (1)$$

Si le taux de modulation est inférieur à l'unité, certains radiateurs sont connectés en permanence à la voie principale, et par conséquent la voie complémentaire n'utilise pas tous les radiateurs du réseau. Comme indiqué sur la figure 3, on note  $\ell_0$  la demi-longueur moyenne du réseau,  $\theta$  l'angle d'incidence de l'onde plane,  $D(\theta)$  la réponse angulaire de la voie principale après filtrage, et  $\tilde{D}(\theta)$  celle de la voie complémentaire. Les signaux de sortie des deux voies, après filtrage, seront appelés respectivement *signal principal* et *signal complémentaire*.

## 1.2. REPONSES ANGULAIRES

L'onde reçue au point O est notée  $o(t) = S \cos(\Omega t + \phi)$ , et la variable angulaire utilisée dans les calculs sera :

$$u = 2\pi \frac{\ell_0}{\lambda} \sin \theta = \frac{\Omega}{c} \ell_0 \sin \theta \quad (2)$$

Si, à un instant  $t$  et pour chacune des voies, on calcule le signal issu du circuit de sommation en intégrant les signaux élémentaires reçus sur la longueur active de l'antenne, on obtient les expressions des signaux avant filtrage sous forme d'intégrales dont les bornes sont des fonctions du temps :

$$\begin{aligned} \text{- Voie principale : } s(t, u) &= 2 S \cos(\Omega t + \phi) \int_0^{(1+mf(\omega t))\ell_0} A(x) \cos\left(\frac{ux}{\ell_0}\right) dx ; \\ \text{- Voie complémentaire : } \tilde{s}(t, u) &= 2 S \cos(\Omega t + \phi) \int_{(1+mf(\omega t))\ell_0}^{(1+m)\ell_0} A(x) \cos\left(\frac{ux}{\ell_0}\right) dx . \end{aligned}$$

Les intégrales représentent globalement les signaux, et permettent de calculer la puissance totale reçue sur l'ensemble des fréquences ; elles ne conduisent pas à une décomposition aisée en séries de *FOURIER*.

Une autre méthode de calcul permet d'obtenir directement les signaux sous forme de séries trigonométriques ; elle consiste à exprimer en chaque point de l'ouverture la loi de modulation de l'amplitude en fonction du temps, et à intégrer sur toute la longueur de l'ouverture ; cependant, ce calcul exige certaines hypothèses sur la fonction modulante, que nous admettrons par la suite :

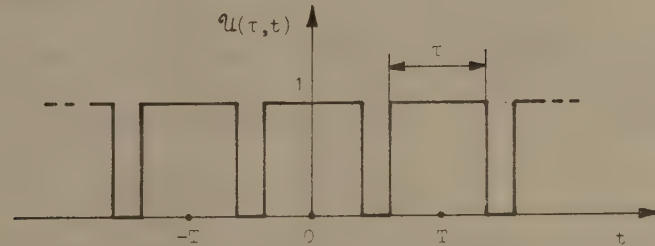
$$\begin{aligned} &f(-\omega t) = f(\omega t) \text{ pour tout } t : \text{ fonction paire} \\ &f(\pi) = -1 \\ &\frac{d(f(\omega t))}{d(\omega t)} < 0 \text{ pour } 0 < \omega t < \pi : \text{ fonction monotone sur une demi-période.} \end{aligned}$$

Il existe dans ces conditions une fonction réciproque  $f^{-1}(\xi)$ , variant de  $\pi$  à 0 lorsque  $\xi$  varie de  $-1$  à  $+1$ .

Au cours d'une période de modulation  $T$ , chaque point de l'ouverture dont l'abscisse  $x$  vérifie  $(1-m)\lambda_0 \leq |x| \leq (1+m)\lambda_0$  est connecté à la voie principale pendant un temps  $\tau$  qui dépend de  $x$  :

$$\tau(x) = \frac{T}{\pi} f^{-1} \left( \frac{|x| - \lambda_0}{m\lambda_0} \right) .$$

FIGURE 4 - Fonction temporelle de modulation de la voie principale en un point de l'ouverture



En ce point, l'illumination  $A(x)$  est donc modulée au cours du temps par la fonction en créneaux périodiques  $u(\tau(x), t)$  (voir figure 4) pour la voie principale, et par son complément à l'unité  $1 - u(\tau(x), t)$  pour la voie complémentaire, ce qui permet de définir pour chaque voie une loi d'illumination dynamique :

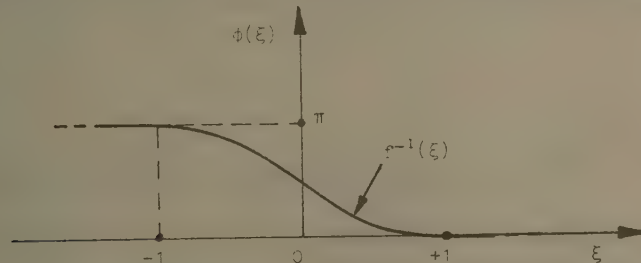
- Voie principale :  $E(x, t) = A(x) u(\tau(x), t)$  ;

- Voie complémentaire :  $E(x, t) = A(x) [1 - u(\tau(x), t)]$  .

On peut généraliser cette écriture pour toute valeur de  $x$  à condition de prolonger la fonction  $f^{-1}(\xi)$  de manière à vérifier :

$$\begin{cases} \tau(x) = T & \text{pour } 0 \leq |x| \leq (1-m)\lambda_0 ; \\ \tau(x) = 0 & \text{pour } |x| \geq (1+m)\lambda_0 . \end{cases}$$

Nous définirons à cette fin la fonction  $\phi(\xi)$  de la façon suivante (voir figure 5) :



$$\begin{cases} \phi(\xi) = \pi & \text{pour } \xi \leq -1 \\ \phi(\xi) = f^{-1}(\xi) & \text{pour } -1 \leq \xi \leq +1 \\ \phi(\xi) = 0 & \text{pour } \xi \geq +1 \end{cases} \quad (3)$$

FIGURE 5 - Fonction réciproque de la fonction modulante et son prolongement

En posant  $\tau(x) = \frac{T}{\pi} \phi \left( \frac{|x| - \lambda_0}{m\lambda_0} \right)$ , les formules de définition de  $E(x, t)$  et  $E(x, t)$  données précédemment sont valables pour tout  $x$ . Le développement en série de FOURIER de la fonction  $u(\tau, t)$  étant connu :  $u(\tau, t) = \frac{T}{\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left( \frac{k\pi T}{T} \right)}{\frac{k\pi T}{T}} \cos \left( \frac{2k\pi t}{T} \right) \right) \right]$ , il est possible d'écrire pour tout  $x$  les lois d'illuminations dynamiques des deux voies, sous la forme :

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{aligned} E(x,t) &= E_0(x) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ E_k(x) \cos(k\omega t) \right\} \quad (4) \\ E_0(x) &= \frac{A(x)}{\pi} \phi \left( \frac{|x| - \ell_0}{m\ell_0} \right) \quad (5) \\ E_k(x) &= \frac{A(x)}{k\pi} \sin \left\{ k \phi \left( \frac{|x| - \ell_0}{m\ell_0} \right) \right\} \quad (6) \end{aligned} \right. \\
 & \text{- Voie principale} \quad \left[ \begin{aligned} \tilde{E}(x,t) &= \tilde{E}_0(x) - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ E_k(x) \cos(k\omega t) \right\} \quad (7) \\ \tilde{E}_0(x) &= A(x) - E_0(x) \quad (8) \end{aligned} \right. \\
 & \text{- Voie complémentaire } \tilde{E}(x,t) = A(x) - E(x,t), \text{ soit}
 \end{aligned}$$

Les signaux obtenus à l'entrée des filtres s'en déduisent immédiatement, par intégration sur toute la longueur de l'antenne :

$$\text{- Voie principale} \quad s(t,u) = 2 S \cos(\Omega t + \phi) \int_0^{(1+m)\ell_0} E(x,t) \cos\left(\frac{ux}{\ell_0}\right) dx.$$

En posant  $A_0 = A(0)$ , et en supposant que l'on vérifie  $A_0 \neq 0$ , l'égalité précédente devient, à l'aide des formules (4), (5) et (6) et après un changement de variable dans l'intégrale :

$$s(t,u) = L A_0 S \cos(\Omega t + \phi) \left[ s_0(u) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ s_k(u) \cos(k\omega t) \right\} \right] \quad ; \quad (9)$$

$$s_0(u) = \frac{m}{(1+m)\pi A_0} \int_{-1}^{+1} A((1+mX)\ell_0) \cos((1+mX)u) \phi(X) dX \quad ; \quad (10)$$

$$s_k(u) = \frac{m}{k(1+m)\pi A_0} \int_{-1}^{+1} A((1+mX)\ell_0) \cos((1+mX)u) \sin[k\phi(X)] dX \quad . \quad (11)$$

La fonction  $s_0(u)$  représente la réponse angulaire de la voie principale à la fréquence de l'onde incidente (soit  $\Omega/2\pi$ ), tandis que  $s_k(u)$  correspond à chacune des deux raies latérales de rang  $k$  (soit  $(\Omega \pm k\omega)/2\pi$ ).

En pratique, il est commode de normer ces réponses par rapport à la valeur prise par  $s_0(u)$  dans l'axe du système, soit  $s_0(0)$  ; nous poserons donc :

$$D(u) = \frac{s_0(u)}{s_0(0)} \quad ; \quad (12)$$

$$D^{(k)}(u) = \frac{s_k(u)}{s_0(0)} \quad . \quad (13)$$

$D(u)$  et  $D^{(k)}(u)$  sont les réponses angulaires normées, ou *diagrammes*, correspondant respectivement à la fréquence centrale et aux raies latérales.

$$\text{- Voie complémentaire} \quad \tilde{s}(t,u) = 2 S \cos(\Omega t + \phi) \int_0^{(1+m)\ell_0} \tilde{E}(x,t) \cos\left(\frac{ux}{\ell_0}\right) dx \quad . \quad \text{Soit, en procédant comme précédemment :}$$

$$\tilde{s}(t,u) = L A_0 S \cos(\Omega t + \phi) \left[ \tilde{s}_0(u) - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ s_k(u) \cos(k\omega t) \right\} \right] \quad ; \quad (14)$$

$$\tilde{s}_0(u) = \frac{1}{(1+m)\ell_0 A_0} \int_0^{(1+m)\ell_0} A(x) \cos\left(\frac{ux}{\ell_0}\right) dx - s_0(u) \quad ; \quad (15)$$

et :

$$\tilde{D}(u) = \frac{\tilde{s}_0(u)}{\tilde{s}_0(0)} ; \quad (16)$$

$$\tilde{D}^{(k)}(u) = - \frac{s_k(u)}{\tilde{s}_0(0)} . \quad (17)$$

Dans le calcul pratique de ces signaux, il sera commode d'utiliser la fonction  $\Lambda(v)$  et sa dérivée  $\Lambda'(v)$ , caractérisant la loi de modulation, définies ainsi :

$$\Lambda(v) = 1 - \frac{2v}{\pi} \int_0^1 \sin(vX) \phi(X) dX ; \quad (18)$$

$$\Lambda'(v) = \frac{\Lambda(v)-1}{v} - \frac{2v}{\pi} \int_0^1 X \cos(vX) \phi(X) dX . \quad (19)$$

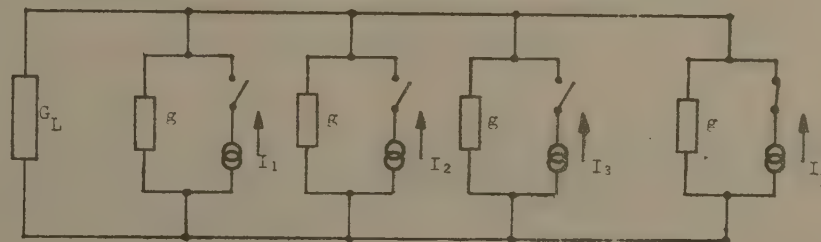
Si l'on considère uniquement le signal principal  $s_0(u)$ , il apparaît que son diagramme ne dépend que de la composante moyenne  $E_0(x)$  de l'illumination dynamique. Or, cette fonction est égale, à une constante multiplicative près, au produit de l'illumination statique  $A(x)$  par la fonction  $\phi(\xi)$ , obtenue par prolongement de la fonction réciproque de la loi de modulation  $f(\omega t)$ . On dispose donc, pour réaliser une illumination  $E_0(x)$  donnée, d'un degré de liberté dans le choix de  $f(\omega t)$  et de  $A(x)$  sur la longueur modulée ; cette propriété prend un intérêt tout particulier lorsqu'on n'est pas maître de l'illumination statique.

### 1.3. PUISSANCES MISES EN JEU - EFFICACITE DES VOIES

Il est intéressant d'évaluer les puissances moyennes disponibles à la sortie de chacune des deux voies pour différentes ouvertures de même longueur totale  $L$  et de même illumination centrale  $A_0$ , et de les comparer à la puissance maximale qu'il est possible de recevoir, à longueur  $L$  d'antenne donnée ; ce maximum est évidemment atteint pour une illumination uniforme  $A_0$  non modulée. Avec les notations utilisées, on a :

$$L = 2(1 + m)l_0 .$$

FIGURE 6 - Schéma équivalent du circuit de sommation



Le modèle choisi pour le calcul d'une voie est illustré par la figure 6, où le courant induit dans le radiateur de rang  $k$  est représenté par un générateur de courant  $I_k$ , connecté ou non au circuit de sommation à un instant donné selon que c'est dans la voie considérée ou dans l'autre que débite le radiateur ; on supposera que tous les radiateurs présentent la même admittance  $g$  réelle et indépendante de la position du commutateur ; ce modèle correspond en particulier au cas où la pondération statique  $A(x)$ , représentée ici par la distribution des  $I_k$ , est réalisée en connectant chaque radiateur par l'intermédiaire d'un atténuateur ou d'un amplificateur à gain réglable, les sorties (supposées de même conductance) étant branchées en parallèle sur une charge commune de conductance  $G_L$ . On supposera en outre, pour simplifier, que les longueurs de lignes d'interconnexion sont soit nulles, soit multiples de la longueur d'onde.

S'il y a  $N$  radiateurs dans le réseau, nécessairement tous susceptibles d'être connectés à la voie principale, et  $\tilde{N}$  radiateurs sur la longueur effectivement modulée, susceptibles de l'être à la voie complémentaire, et si l'on réalise l'adaptation d'impédances dans chacun des deux dispositifs de sommation, les conductances  $G_L$  et  $\tilde{G}_L$  des charges, respectivement pour la voie principale et pour la voie complémentaire, doivent être prises égales à :

$$G_L = N g \quad \text{et} : \quad \tilde{G}_L = \tilde{N} g .$$

$$P_t(u) = \frac{s^2(t,u)}{4 G_L} \quad \text{et} : \quad \tilde{P}_t(u) = \frac{\tilde{s}^2(t,u)}{4 \tilde{G}_L} ,$$

Les puissances totales recueillies avant filtrage  $P_t$  et  $\tilde{P}_t$  sont alors :

soit, en appliquant l'égalité de PARSEVAL aux séries définies par les formules (9) et (14) :

$$P_t(u) = \frac{(LA_0S)^2}{8 G_L} \left( s_0^2(u) + \sum_{k=1}^{\infty} (s_k^2(u)) \right) \quad \text{et} : \quad \tilde{P}_t(u) = \frac{(LA_0S)^2}{8 \tilde{G}_L} \left( \tilde{s}_0^2(u) + \sum_{k=1}^{\infty} (\tilde{s}_k^2(u)) \right) .$$

Les puissances reçues dans l'axe de l'antenne, après filtrage, à la fréquence de l'onde incidente, sont donc :  $P_0 = \frac{(LA_0S)^2}{8 G_L} s_0^2(0)$  ;  $\tilde{P}_0 = \frac{(LA_0S)^2}{8 \tilde{G}_L} \tilde{s}_0^2(0)$ .

Sachant que l'on vérifie :  $\frac{\tilde{G}_L}{G_L} = \frac{\tilde{N}}{N} = \frac{2m}{1+m}$ , on peut écrire :  $P_0 = \frac{(LA_0S)^2}{8 G_L} \times s_0^2(0)$  ;  $\tilde{P}_0 = \frac{(LA_0S)^2}{8 G_L} \times \frac{1+m}{2m} \tilde{s}_0^2(0)$ . Or, la puissance reçue dans l'axe par un réseau d'illumination uniforme  $A_0$  et de longueur  $L$  avec la même onde incidente et les mêmes admittances en jeu est :

$$P_U = \frac{(LA_0S)^2}{8 G_L} .$$

On caractérisera donc chacune des voies par le quotient de la puissance reçue dans l'axe à la fréquence de l'onde incidente par  $P_U$ , et on appellera ce rapport *efficacité* de la voie :  $\eta = \frac{P_0}{P_U}$  et  $\tilde{\eta} = \frac{\tilde{P}_0}{P_U}$ , soit :

$$\eta = s_0^2(0) ; \quad (20)$$

$$\tilde{\eta} = \frac{1+m}{2m} \times \tilde{s}_0^2(0) . \quad (21)$$

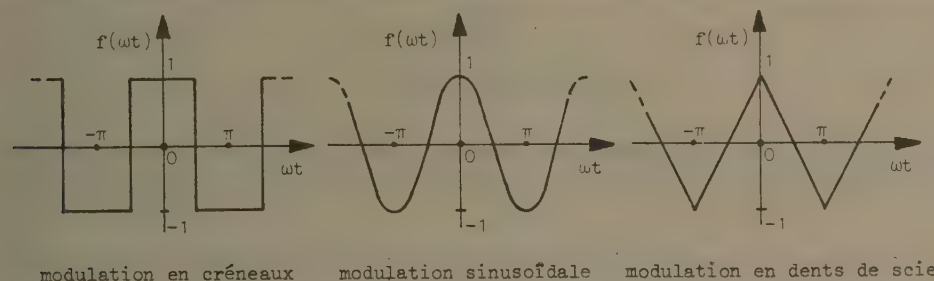
Il apparaît clairement qu'en ce qui concerne les signaux filtrés, seules interviennent les illuminations moyennes  $E_0(x)$  et  $\tilde{E}_0(x)$ , et par conséquent les diagrammes et les efficacités sont, en théorie, rigoureusement les mêmes que si  $E_0(x)$  et  $\tilde{E}_0(x)$  étaient réalisées séparément par un moyen statique classique.

Les ouvertures étudiées dans ce chapitre sont continues, et l'onde plane incidente est monochromatique ; les résultats sont applicables à tout réseau d'au moins quelques dizaines de radiateurs distants au plus d'une demi-longueur d'onde, comme le confirmera le chapitre suivant.

## 2.1. CARACTERISTIQUES DES MODELES ETUDIES

Nous nous proposons d'analyser par calcul numérique les performances auxquelles conduit la modulation d'ouverture dans un certain nombre de cas aussi significatifs que possible.

Le premier choix effectué concerne la fonction modulante  $f(\omega t)$  ; en partant des deux cas considérés comme extrêmes que sont la modulation en créneaux et celle en dents de scie, et en y ajoutant la modulation sinusoïdale à titre d'intermédiaire, nous étudierons les trois fonctions suivantes (voir figure 7):



$$f(\omega t) = \mathcal{U}(\pi, \omega t) \quad ; \text{ modulation en créneaux } ;$$

$$f(\omega t) = \cos \omega t \quad ; \text{ modulation sinusoïdale } ;$$

$$f(\omega t) = 1 - 2 \frac{|\omega t|}{\pi} \quad (-\pi \leq \omega t \leq \pi) : \text{ modulation en dents de scie. }$$

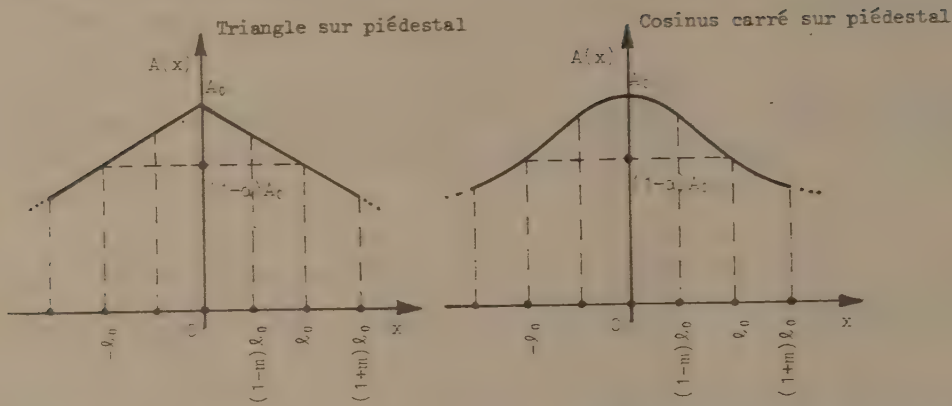
FIGURE 7 - Fonctions modulantes étudiées

Les fonctions réciproques  $\phi(\xi)$  ( $-1 \leq \xi \leq 1$ ) et les fonctions  $\Lambda(v)$  correspondantes (voir formule 18) sont respectivement :

$$\begin{aligned} \phi(\xi) &= \pi/2 & \text{et} : \Lambda(v) &= \cos v & \phi(\xi) &= \text{Arc cos } \xi & \text{et} : \Lambda(v) &= J_0(v) & \phi(\xi) &= \frac{\pi}{2} (1 - \xi) & \text{et} : \Lambda(v) &= \sin v/v \end{aligned}$$

Le second choix porte sur la loi d'illumination statique  $A(x)$  ; deux fonctions dépendant d'un paramètre, et représentatives des illuminations les plus couramment employées, seront envisagées : triangle sur piédestal et cosinus carré sur piédestal ; ces deux lois ont un cas limite commun, pour un piédestal de 100 %, celui de l'illumination uniforme. Les valeurs du paramètre seront limitées par ce dernier cas et par celui où la loi d'illumination s'annule aux extrémités du réseau, de façon à exclure toute inversion de signe et à avoir une illumination effectivement équiphase sur toute la longueur de l'ouverture :  $A(x) \geq 0$  pour  $-(1+m)\lambda_0 \leq x \leq (1+m)\lambda_0$ .

FIGURE 8 - Lois d'illumination étudiées



.Triangle sur piédestal

$$\left| \begin{aligned} A(x) &= A_0 \left( 1 - \alpha \frac{|x|}{l_0} \right) \\ 0 &\leq \alpha \leq \frac{1}{1+m} \end{aligned} \right. \quad (22)$$

.Cosinus carré sur piédestal

$$\left| \begin{aligned} A(x) &= A_0 \left[ 1 - 2\alpha \sin^2 \left( \frac{\pi x}{2l_0} \right) \right] \\ 0 &\leq \alpha \leq \frac{1}{1 + \sin \left( \pi \frac{m}{2} \right)} \end{aligned} \right. \quad (23)$$

La figure 8 montre l'allure de ces deux lois ; le paramètre  $\alpha$ , qui varie en sens inverse de la hauteur relative du piédestal, caractérise cette hauteur aux points d'abscisses  $\pm l_0$ , "centres" de

modulation ; sa définition, bien que n'étant pas la plus évidente pour représenter la grandeur physique du piédestal, répond à un critère de simplicité pour les calculs ultérieurs, sans rien changer à l'aspect intrinsèque du problème.

Le domaine d'investigations ainsi défini se compose donc de six familles d'ouvertures modulées à deux paramètres :  $m$  et  $\alpha$ .

Pour chaque famille d'ouvertures, les diagrammes relatifs au signal principal et au signal complémentaire seront étudiés et notés respectivement  $T_m$  et  $T_{cm}$  ; en outre, dans le but de sonder les possibilités offertes par le degré de liberté mis en évidence à la fin du paragraphe 1.2, un troisième diagramme sera considéré, que nous allons définir.

La formule (5) montre que l'illumination dynamique moyenne  $E_d(x)$  est définie à une constante multiplicative près, sur la longueur effectivement modulée  $-(1-m)l_0 \leq x \leq (1-m)l_0$ , par le produit  $A(x) \phi \left( \frac{x-l_0}{ml_0} \right)$ . A signal principal constant, il est possible de définir une infinité d'illuminations statiques différentes sur la longueur modulée à condition de modifier la fonction modulante de telle sorte que le produit précédent reste inchangé en tout point. Un cas particulier intéressant est celui où l'illumination est uniforme sur cette longueur ; il sera étudié afin de montrer l'influence du changement d'illumination statique sur le signal complémentaire, le signal principal étant constant.

En partant d'un cas de modulation donné caractérisé par  $A(x)$ ,  $m$ ,  $\alpha$ ,  $\phi(\xi)$ , nous appellerons *antenne modifiée* celle qui fournit le même signal principal, et dont l'illumination statique  $\hat{A}(x)$  vérifie :

$$\left| \begin{aligned} \hat{A}(x) &= A(x) && \text{pour } 0 \leq |x| \leq (1-m)l_0 : \text{longueur non modulée,} \\ \hat{A}(x) &= A((1-m)l_0) && \text{pour } (1-m)l_0 \leq |x| \leq (1+m)l_0 : \text{longueur modulée.} \end{aligned} \right.$$

La fonction réciproque  $\hat{\phi}(\xi)$  de la loi de modulation de l'antenne modifiée s'en déduit par conséquent :  $\hat{A}(x) \phi \left( \frac{|x|-l_0}{ml_0} \right) = A(x) \phi \left( \frac{|x|-l_0}{ml_0} \right)$ , soit, après

un changement de variable :

$$\hat{\phi}(\xi) = \frac{A((1+m)\xi l_0)}{A((1-m)l_0)} \phi(\xi) \quad \text{pour } -1 \leq \xi \leq +1. \quad (24)$$

Les trois signaux distincts étudiés pour chacune des six familles d'ouvertures seront donc le signal principal et le signal complémentaire de l'antenne et le signal complémentaire de l'antenne modifiée, dont le diagramme sera noté  $\hat{D}(u)$ .

Par analogie avec les formules (7), (8), (14), (15), (16) et (21), il est possible d'écrire les égalités suivantes relatives à la voie complémentaire de l'antenne modifiée :

$$\left| \begin{array}{ll} \hat{E}(x,t) = 0 & \text{pour } 0 \leq |x| \leq (1-m)l_0 \\ \hat{E}(x,t) = A\{(1-m)l_0\} - E(x,t) & \text{pour } (1-m)l_0 \leq |x| \leq (1+m)l_0 \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\left| \begin{array}{ll} \hat{E}_0(x) = 0 & \text{pour } 0 \leq |x| \leq (1-m)l_0 \\ \hat{E}_0(x) = A\{(1-m)l_0\} - E_0(x) & \text{pour } (1-m)l_0 \leq |x| \leq (1+m)l_0 \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\hat{s}(t,u) = L A_0 S \cos(\Omega t + \phi) \left[ \hat{s}_0(u) - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \hat{s}_k(u) \cos(k\omega t) \right) \right] \quad (27)$$

$$\hat{s}_0(u) = \frac{2 A\{(1-m)l_0\}}{(1+m)A_0} \times \frac{\cos u \sin mu}{u} + \frac{1}{(1+m)l_0 A_0} \int_0^{(1-m)l_0} A(x) \cos\left(\frac{ux}{l_0}\right) dx - s_0(u) \quad (28)$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\hat{s}_0(u)}{\hat{s}_0(0)} \quad (29)$$

$$\hat{\eta} = \frac{1+m}{2-m} \times \hat{s}_0^2(0) \quad (30)$$

L'antenne modifiée présente la particularité d'avoir des signaux élémentaires de même niveau à l'entrée de tous les commutateurs ; dans le cas où  $m = 1$ , son illumination statique est uniforme.

## 2.2. DEFINITION DES GRANDEURS CALCULEES ET MODE DE PRESENTATION DES RESULTATS

### \* Niveau du plus grand lobe secondaire du diagramme principal

Ce niveau, dont la valeur caractérise l'ambiguïté angulaire de l'antenne, sera déduit du diagramme  $D(u)$  défini pour  $u$  variant de zéro à l'infini ; il est donc indépendant de la longueur réelle du réseau, qui conditionne la séparation entre la partie visible du diagramme (pour  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq +\frac{\pi}{2}$ ) et la partie non visible, et représente par conséquent la performance la plus défavorable pour une illumination dynamique donnée. Si le niveau ainsi défini a pour valeur  $|D(u)|_M$ , il sera mesuré en décibels par :

$$\Psi = 20 \log\{|D(u)|_M\}$$

Dans le cas d'une famille d'ouvertures à deux paramètres, cette grandeur est fonction de  $m$  et  $\alpha$  ; la surface représentative de  $\Psi(m, \alpha)$  sera présentée sous la forme d'un réseau de courbes équiniveaux dans le plan  $(\alpha, m)$  ; ces courbes s'appuient sur des lignes de discontinuité de deux espaces :

FIGURE 9 - Origine des lignes de discontinuité dans la surface représentative du niveau du plus grand lobe secondaire d'un diagramme

- en traits épais : discontinuités de la fonction  $\Psi(m, \alpha)$  dues à l'apparition d'un point d'inflexion horizontal dans le lobe principal du diagramme (figure 9.a).
- en tiretés : discontinuités des dérivées partielles de  $\Psi(m, \alpha)$  dues au passage d'un lobe secondaire à l'autre (figure 9.b).

Le principe du calcul du niveau  $\Psi$  figure en annexe.

\* Largeur du lobe principal de chacun des trois diagrammes

La variable angulaire  $u$  définie au début du paragraphe 1.2 et utilisée dans tous les calculs conduit à des expressions aussi simples que possible des diagrammes. Cependant, elle est fonction de la demi-longueur moyenne  $l_0$  de l'ouverture et non de sa longueur totale  $L$  ; or, il est essentiel de comparer entre eux les pouvoirs séparateurs de réseaux de même encombrement total, ce qui conduit à exprimer les résultats numériques angulaires à l'aide de la nouvelle variable normée :

$$v = \frac{L}{\lambda} \sin \theta \quad (31)$$

avec la relation :  $v = \frac{1+m}{\pi} u$ .

La largeur du lobe principal d'un diagramme principal  $D(v)$  sera caractérisée par la valeur  $v_{3dB}$  prise par la variable angulaire normée  $v$  pour un affaiblissement du signal de trois décibels :  $20 \log(D(v_{3dB})) = -3$  ; on définira de même  $\tilde{v}_{3dB}$  et  $\hat{v}_{3dB}$  pour les deux autres diagrammes.

Deux éléments de comparaison intéressants sont fournis par les deux cas suivants :

- Interféromètre composé de deux radiateurs ponctuels distants de  $L$  :  $(v_{3dB})_I = 0,25$  ;

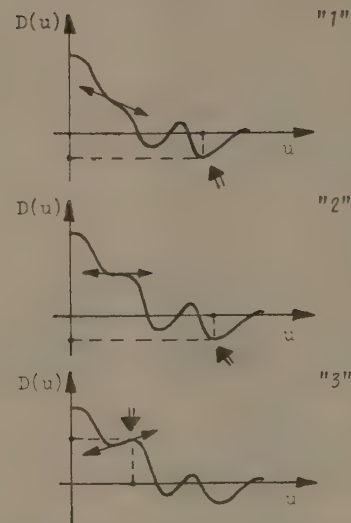
- Illumination uniforme sur une longueur  $L$  :

$$(v_{3dB})_U \approx 0,443$$

Pour chaque famille d'ouvertures, les surfaces représentatives de  $v_{3dB}(m, \alpha)$ ,  $\tilde{v}_{3dB}(m, \alpha)$  et  $\hat{v}_{3dB}(m, \alpha)$  seront présentées sous la forme de trois réseaux de courbes équiniveaux dans le plan  $(\alpha, m)$ .

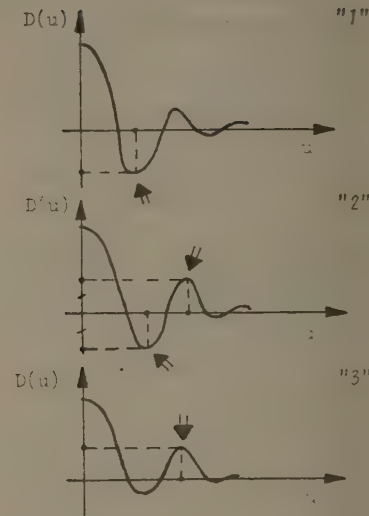
Apparition d'un point d'inflexion horizontal dans le lobe principal

Figure 9.a



Passage d'un lobe à l'autre

Figure 9.b



### \* Efficacités

L'efficacité  $\eta$  d'une voie a été définie au paragraphe 1.3 ; sa valeur sera exprimée en décibels :

$$H = 10 \log \eta .$$

Les surfaces représentatives des fonctions  $H(m, \alpha)$ ,  $\tilde{H}(m, \alpha)$  et  $\hat{H}(m, \alpha)$  seront présentées sous la forme de courbes équiniveaux dans le plan  $(\alpha, m)$ .

En ce qui concerne les signaux complémentaires, nous avons fait figurer en traits épais le lieu des points où leur efficacité est égale à celle du signal principal ; ce cas correspond, pour une onde incidente dans l'axe de l'ouverture, à l'obtention de deux signaux de même puissance à la sortie des deux filtres, ce qui peut être favorable à certains traitements ultérieurs.

### \* Cas particuliers

A la suite de l'étude numérique à deux paramètres, nous présenterons des cas particuliers intéressants d'illuminations statiques, correspondant aux valeurs extrêmes permises pour  $\alpha$ ,  $m$  étant alors le seul paramètre. Ce sont les cas suivants :

$$\begin{aligned} \text{. Triangle modulé sans piédestal} & : & A(x) &= A_0 \left( 1 - \frac{|x|}{(1+m)l_0} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \text{. Cosinus carré modulé sans piédestal} & : & A(x) &= A_0 \left( 1 - \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi x}{4 l_0} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi}{4} (1+m) \right)} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \text{. Rectangle modulé} & : & A(x) &= A_0 . \end{aligned} \quad (34)$$

Les deux premières lois sont définies de façon telle que pour tout  $m$  l'illumination s'annule aux extrémités de l'ouverture.

## 2.3. ILLUMINATION STATIQUE EN TRIANGLE SUR PIEDESTAL

La loi d'illumination statique est définie par la formule (22) ; en la reportant dans l'expression générale (10) de  $s_0(u)$ , on obtient le signal principal sous la forme :

$$s_0(u) = \frac{m}{(1+m)\pi} \int_{-1/m}^1 (1 - \alpha(1+mX)) \cos((1+mX)u) \phi(X) dX .$$

L'intervalle d'intégration peut se décomposer en deux parties :  $[-\frac{\pi}{2}, -\pi]$  et  $[-\pi, +\pi]$  ; sur la première, on vérifie toujours  $\theta(X) = \pi$  (voir la définition par  $\theta$  de  $\theta(X)$ ), et l'intégration est aisée ; sur la seconde, développons l'expression sous le signe somme de la façon suivante :

$$(1 - \cos \theta) \cos \theta = (1 - \cos \theta) \cos \theta = (1 - \cos \theta) \cos \theta = \left( \frac{1}{2} + (1 - \cos \theta) \cos \theta \right) \left( \cos \theta + \cos \theta \sin \theta \right) + \left( \frac{1}{2} - (1 - \cos \theta) \cos \theta \right) \left( \cos \theta - \cos \theta \sin \theta \right) + \theta(X) = \frac{\pi}{2}.$$

Chaque des termes écrits entre parenthèses à droite de l'égalité est pair ou impair, et en particulier  $\theta(X) = \frac{\pi}{2}$  est impair ; si l'on développe l'expression, on obtient une somme de termes pairs et impairs ; l'intégration se faisant sur l'intervalle  $[-\pi, +\pi]$  symétrique par rapport à 0, les termes impairs disparaissent et les termes pairs se calculent en multipliant par 2 l'intégrale prise sur  $[-\pi, +\pi]$ . L'intégration des termes se composant par  $\theta(X)$  s'effectue aisément, et les autres s'expriment en fonction de  $A(u)$  et  $A'(u)$ , définies par les formules (12) et (13).

On obtient finalement l'expression suivante du signal principal :

$$s_1(u) = \frac{1}{1-u} \left[ (1-u) \frac{\sin u}{u} (1-\cos u) + \frac{u}{1-u} \left( 1 - \cos u \sin u - \sin u \cos u \right) \right]. \quad (25)$$

Pour le signal complémentaire, défini par la formule (15), on écrivait sans difficulté l'expression suivante :

$$\hat{s}_1(u) = \left( 1 - \alpha(1-u) \right) \frac{\sin((1+u)u)}{(1+u)u} + \frac{\alpha}{u^2} \left[ \frac{1 - \cos((1+u)u)}{1+u} \right] - s_1(u). \quad (26)$$

De la même façon, pour le signal complémentaire de l'antenne modifiée, défini par la formule (17), on écrit :

$$\hat{s}_2(u) = (1 - \alpha(1-u)) \frac{\sin((1+u)u)}{(1+u)u} + \frac{\alpha}{u^2} \left[ \frac{1 - \cos((1+u)u)}{1+u} \right] - s_2(u). \quad (27)$$

### 2.2.1. Simulation en câblages

La fonction  $\theta(X)$ , donnée au paragraphe 2.1, est représentée dans la formule (25), et, sous diverses formes, les trois diagrammes étudiés, définis par les formules (12), (16) et (29), ont les formes suivantes :

$$D(u) = \frac{(1-u) \frac{\sin u}{u} \cos u + \frac{u}{u^2} \left( 1 - \cos u (\cos u + u \sin u) \right)}{1 - \frac{u}{2} (1+u^2)} \quad (28)$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\sin u}{u} \cos u + \frac{\alpha}{1-u} \frac{\sin u}{u} \left[ \frac{\sin u}{u} - \cos u \right] \quad (29)$$

$$\hat{A}(u) = \frac{\sin u}{u} \cos u - \frac{\alpha}{1 - \alpha(1-2u)} \frac{\sin u}{u} \left[ \frac{\sin u}{u} - \cos u \right] \quad (30)$$

En procédant comme pour le signal principal  $s_1(u)$ , on calcule les signaux reçus aux fréquences latérales  $s_2(u)$ , définis par la formule (11), puis les diagrammes correspondants  $D^k(u)$  / formule (13) :

$$\begin{aligned} \text{K impair : } U^{(K)}_{\text{m}} &= \frac{(1-\alpha)^{\frac{K-1}{2}}}{K\pi} \times \frac{2\pi}{1-\frac{2}{\alpha}(1+\alpha^2)} \left( 1-\alpha \cos \alpha \frac{\sin \pi \alpha}{\pi \alpha} - \alpha \frac{\sin \pi}{\pi} \left( \frac{\sin \pi \alpha}{\alpha} - \cos \pi \right) \right) \\ \text{K pair : } U^{(K)}_{\text{m}} &= 0 \end{aligned}$$

Enfin, les efficacités définies par (20), (21) et (30) ont pour expressions :  $\eta = \frac{(1-\frac{\alpha}{2}(1+\alpha^2))^2}{(1+\alpha)^2}$  (41)

$$\tilde{\eta} = \frac{\pi(1-\alpha)^2}{2(1+\alpha)} \quad (42)$$

$$\hat{\eta} = \frac{\pi(1-\alpha(1-2\alpha))^2}{2(1+\alpha)} \quad (43)$$

La figure 10 comporte 7 réseaux de courbes équivalents représentant les 7 grandeurs caractéristiques étudiées :  $\varphi$ ,  $v_{3dB}$ ,  $\tilde{v}_{3dB}$ ,  $\hat{v}_{3dB}$ ,  $H$ ,  $\tilde{H}$  et  $\hat{H}$  ; ils permettent de choisir un point de fonctionnement dans le plan  $\alpha, \alpha'$  selon les performances requises en ambiguïté angulaire, précision angulaire et efficacité.

En particulier, le réseau représentatif du niveau du plus grand lobe secondaire dans le diagramme principal,  $\varphi(\alpha, \alpha')$ , fait apparaître en son centre une ligne de discontinuité ; le point où ce niveau est le plus faible est défini par :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,18 \\ \alpha' &= 0,71 \\ \varphi &= -29,74 \text{ dB} \end{aligned}$$

On vérifiera dans tous les cas traités par cette étude que la largeur du lobe principal du diagramme complémentaire atteint un minimum pour un taux de modulation nul, mais aussi que, dans ces conditions, l'efficacité de cette voie est nulle ; la voie complémentaire, en effet, équivaut alors à un interféromètre composé de deux radiateurs ponctuels distants de  $L$  :

$$\begin{aligned} \text{pour } 0 \leq \alpha \leq \pi : \quad \tilde{v}_{3dB}(0, \alpha) &= \hat{v}_{3dB}(0, \alpha) = (v_{3dB})_I & (\text{voir paragraphe 2.2}) \\ \tilde{H}(0, \alpha) &= \hat{H}(0, \alpha) = - \end{aligned}$$

Pour cette modulation simple en crêteaux, il existe des relations évidentes entre les cas extrêmes correspondant à  $\alpha = 0$  et à  $\alpha = \pi$  :

$$\begin{aligned} \text{pour } 0 \leq \alpha \leq \pi : \quad \varphi(0, \alpha) &= \varphi(\pi, \frac{\pi}{\alpha}) \\ v_{3dB}(0, \alpha) &= v_{3dB}(\pi, \frac{\pi}{\alpha}) = \tilde{v}_{3dB}(\pi, \frac{\pi}{\alpha}) \\ \varphi(0, \alpha) &= \frac{\varphi(\pi, \frac{\pi}{\alpha})}{\alpha} = \frac{\tilde{\varphi}(\pi, \frac{\pi}{\alpha})}{\alpha} \end{aligned}$$

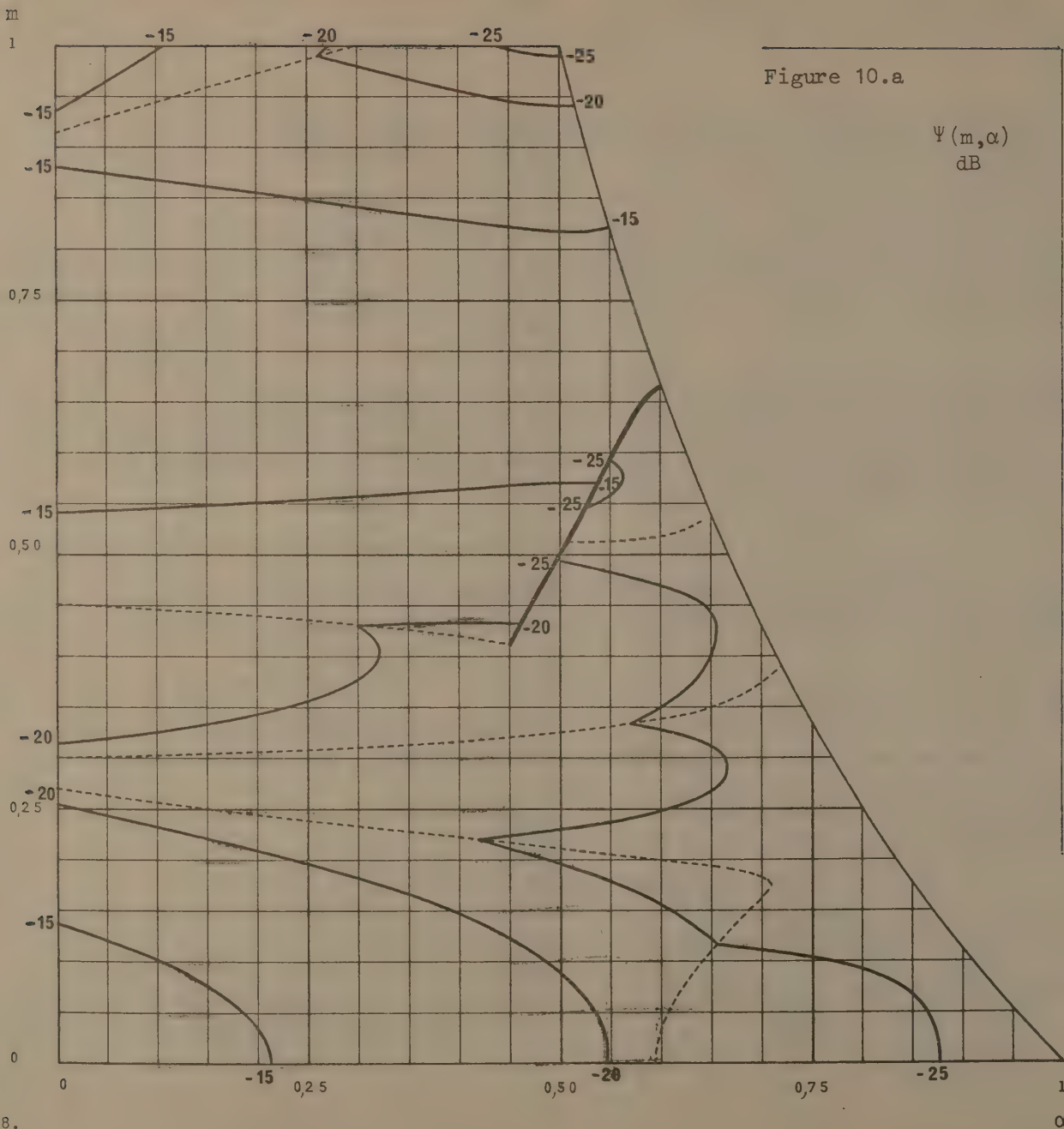


FIGURE 10 :

Illumination statique  
en triangle sur piédestal  
et modulation en créneaux.

Figure 10.a :  
Courbes équiniveaux du  
niveau  $\Psi$  de lobes secondaires dans le plan  $(\alpha, m)$   
 $\left\{ \begin{array}{l} \alpha : \text{paramètre caractérisant le piédestal,} \\ m : \text{taux de modulation.} \end{array} \right.$

Figures 10.b, 10.c, 10.d :  
Courbes équiniveaux de la  
largeur  $v_{3dB}$  du lobe principal  
et de l'efficacité H.

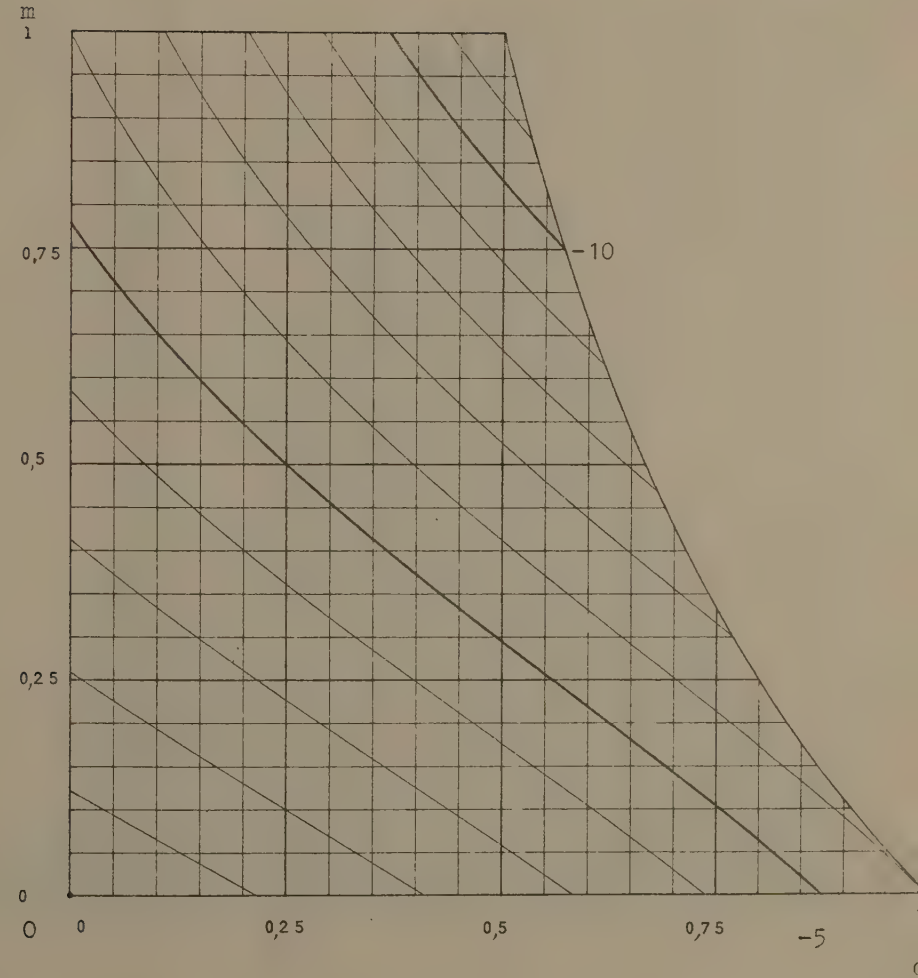
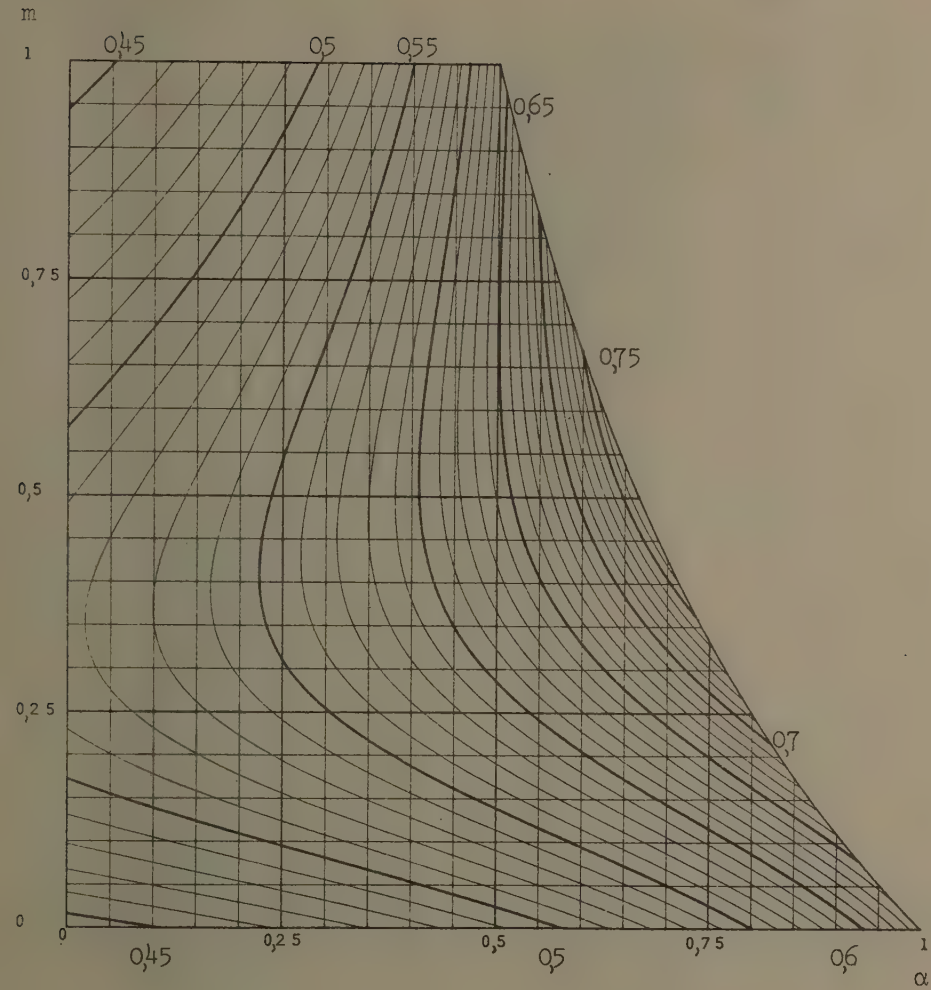
$v_{3dB}(m, \alpha)$ 
 $H(m, \alpha)$   
dB


Figure 10.b : VOIE PRINCIPALE

$$\tilde{v}_{3dB}(m, \alpha)$$

$$\tilde{H}(m, \alpha)$$

dB

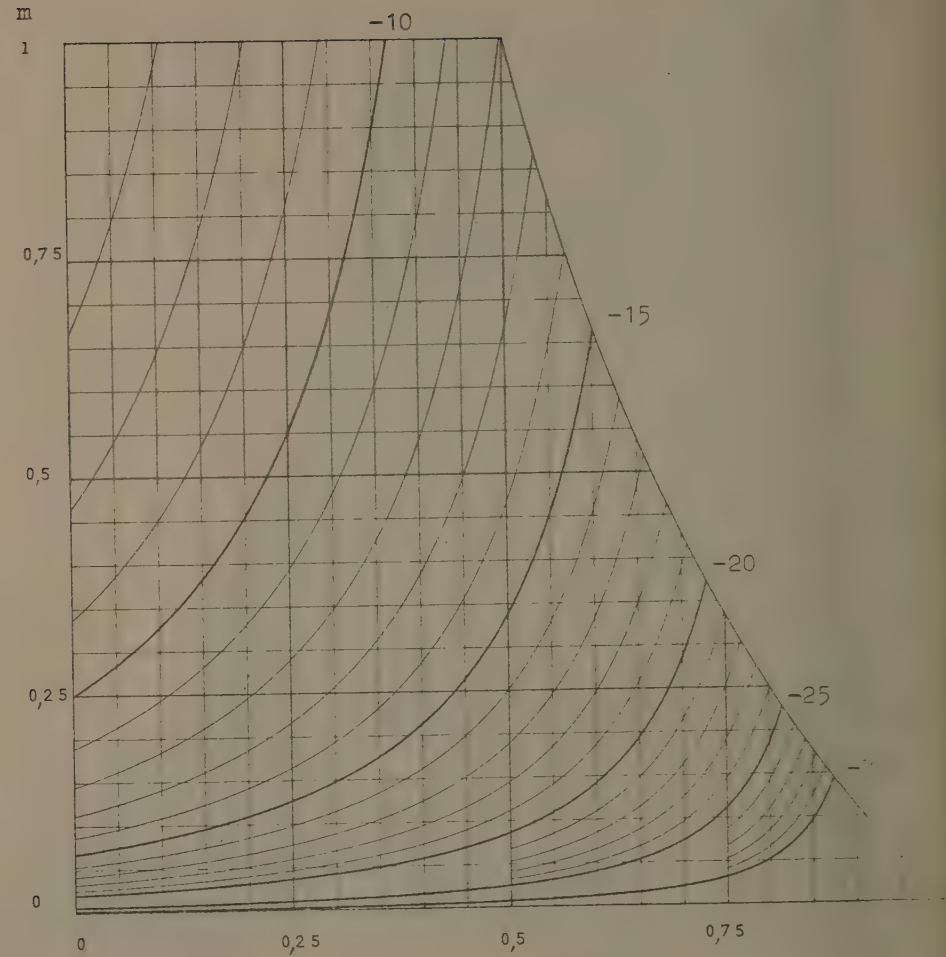
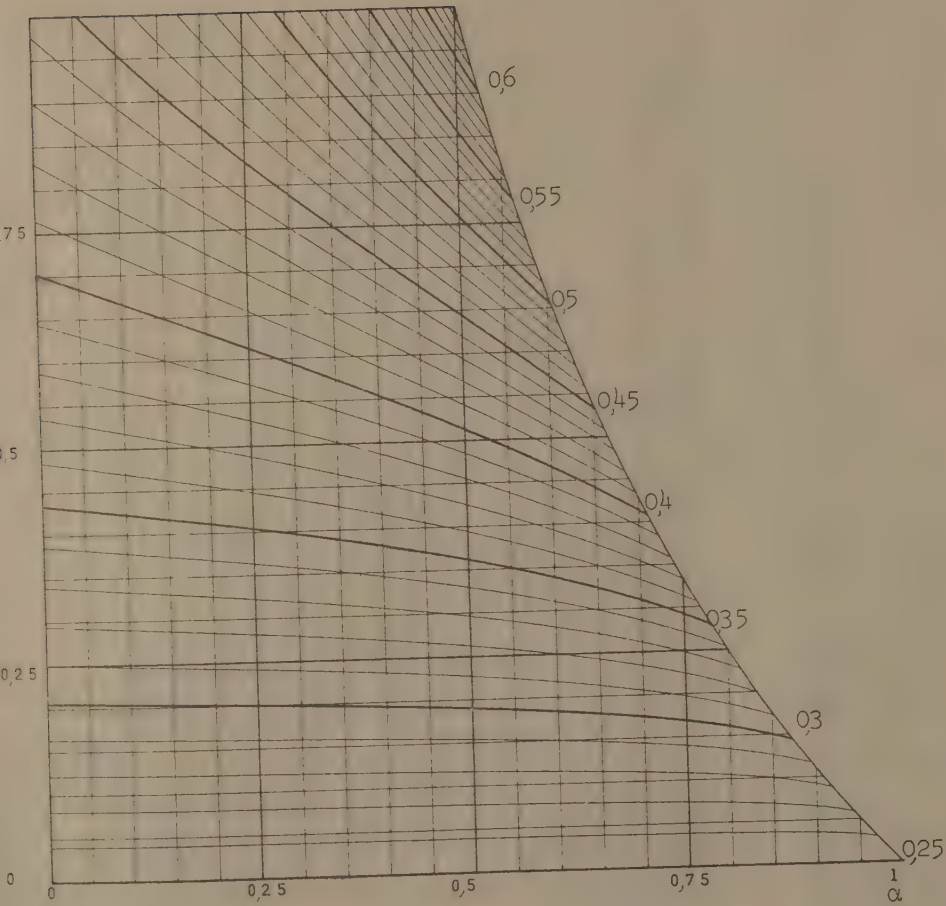


Figure 10.c : VOIE COMPLEMENTAIRE

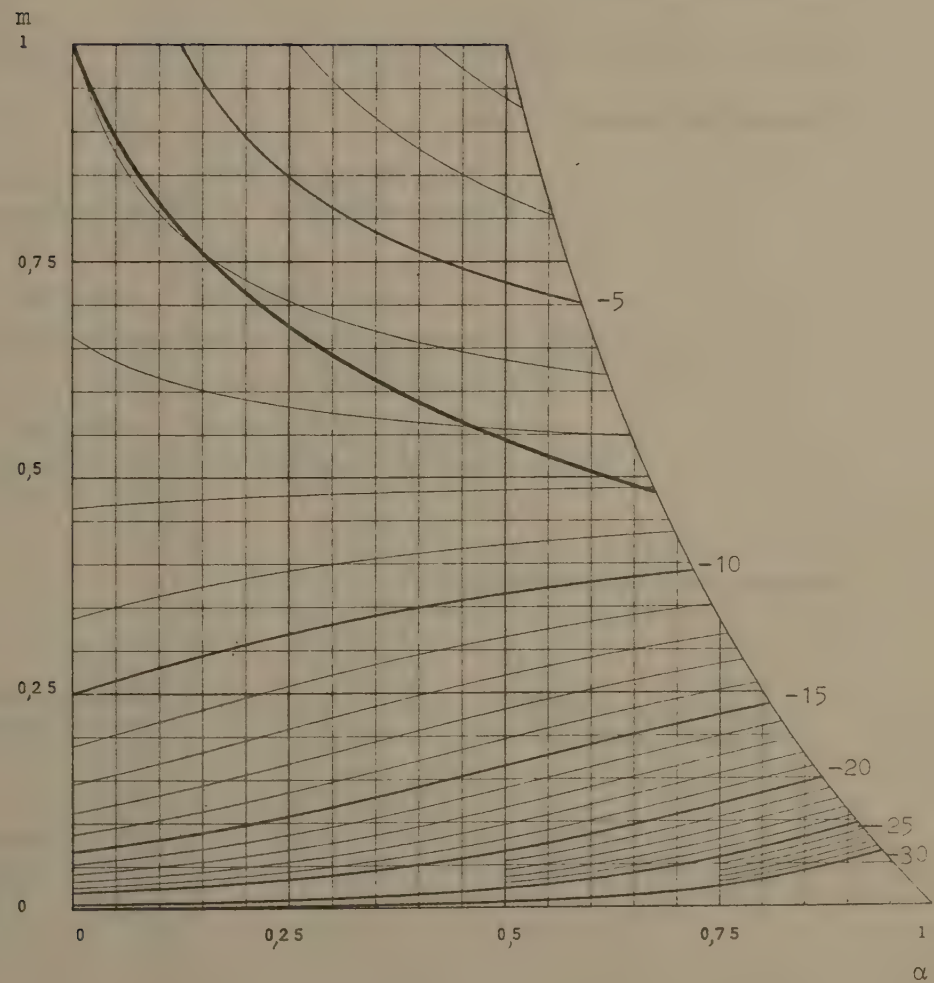
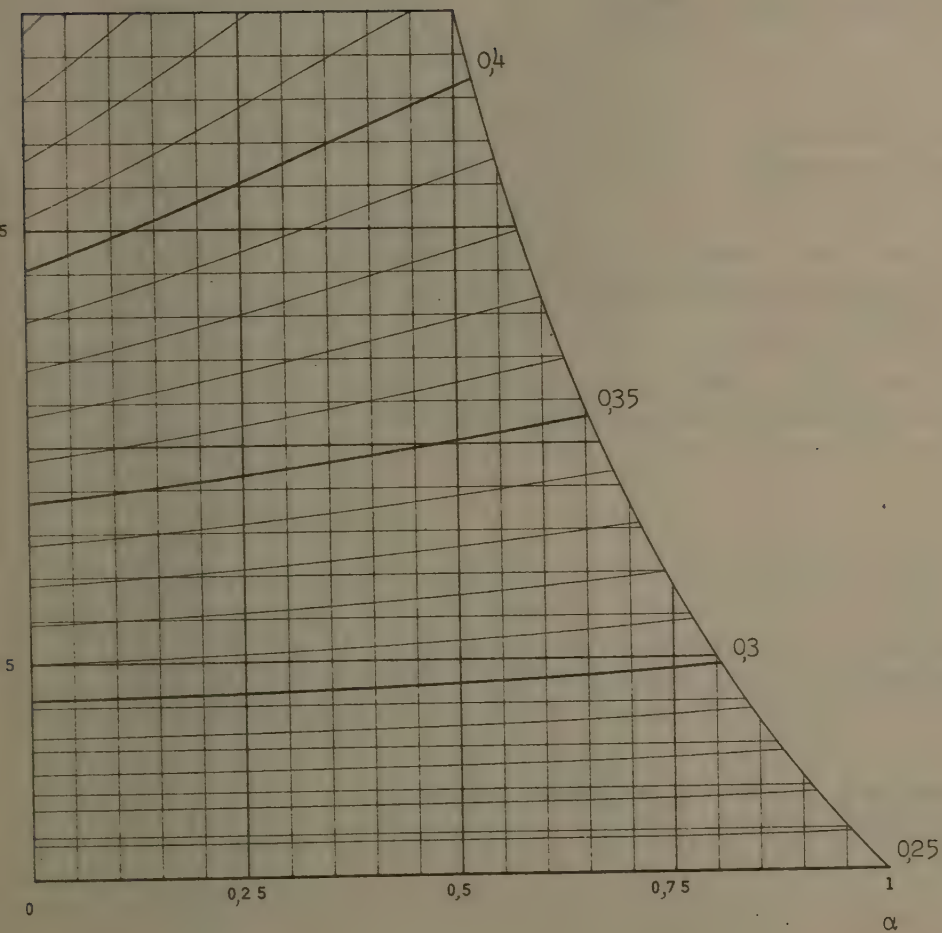
$\hat{v}_{3dB}(m, \alpha)$ 
 $\hat{H}(m, \alpha)$   
dB


Figure 10.d : VOIE COMPLEMENTAIRE DE L'ANTENNE MODIFIEE

Les calculs se font de la même manière que dans le cas précédent, et aboutissent aux expressions suivantes :

\* Diagrammes à la fréquence incidente

$$D(u) = \frac{(1-\alpha) \frac{\sin u}{u} J_0(mu) + \frac{\alpha}{u^2} \left[ 1 - \cos u \left( J_0(mu) + mu J_1(mu) \right) \right]}{1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)} \quad (44)$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{(1 - \alpha(1+m)) \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \alpha \frac{\cos((1+m)u)}{u^2} - \left[ (1-\alpha) \frac{\sin u}{u} - \alpha \frac{\cos u}{u^2} \right] J_0(mu) + \alpha m \frac{\cos u}{u} J_1(mu)}{m \left( 1 - \alpha \left( 1 + \frac{m}{4} \right) \right)} \quad (45)$$

$$\hat{D}(u) = \frac{(1 - \alpha(1-m)) \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \alpha \frac{\cos((1-m)u)}{u^2} - \left[ (1-\alpha) \frac{\sin u}{u} - \alpha \frac{\cos u}{u^2} \right] J_0(mu) + \alpha m \frac{\cos u}{u} J_1(mu)}{m \left( 1 - \alpha \left( 1 - \frac{m}{4} \right) \right)} \quad (46)$$

\* Diagrammes aux fréquences latérales

$$k \text{ impair :} \quad D^{(k)}(u) = \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{2k} \times \frac{m}{1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)} \left[ (1-\alpha) \cos u J_k'(mu) - \alpha m \sin u J_k''(mu) \right]$$

$$k \text{ pair :} \quad D^{(k)}(u) = \frac{(-1)^{\frac{k}{2}}}{2k} \times \frac{m}{1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)} \left[ (1-\alpha) \sin u J_k'(mu) + \alpha m \cos u J_k''(mu) \right]$$

\* Efficacités

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)\right)^2}{(1+m)^2} ; \quad (47)$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m \left(1 - \alpha \left(1 + \frac{m}{4}\right)\right)^2}{2(1+m)} ; \quad (48)$$

$$\hat{\eta} = \frac{m \left(1 - \alpha \left(1 - \frac{7m}{4}\right)\right)^2}{2(1+m)} . \quad (49)$$

La figure 11 présente les sept réseaux de courbes équiniveaux caractéristiques. Il ressort du réseau  $\Psi(m, \alpha)$  que cette modulation permet d'abaisser considérablement le niveau des lobes secondaires dans le diagramme principal ; la zone hachurée correspond à un niveau inférieur à -50 dB, et le minimum est défini par :

$$\begin{array}{l} m = 0,994 \\ \alpha = 1,006 \\ \Psi = -88,19 \text{ dB} \end{array}$$

Il apparaît, au voisinage de cette zone, un grand nombre de lignes de discontinuité, de plus en plus rapprochées au fur et à mesure que s'abaisse le niveau de lobes parasites ; elles traduisent le fait que ces lobes s'éloignent sur l'axe u.

Pour une ouverture de longueur totale L donnée, ils peuvent sortir du champ angulaire visible (défini par :  $u \leq 2\pi \frac{L_0}{\lambda}$ ), laissant un diagramme principal sans ambiguïté angulaire ; cette propriété sera mise en valeur plus loin, dans l'étude à un seul paramètre.

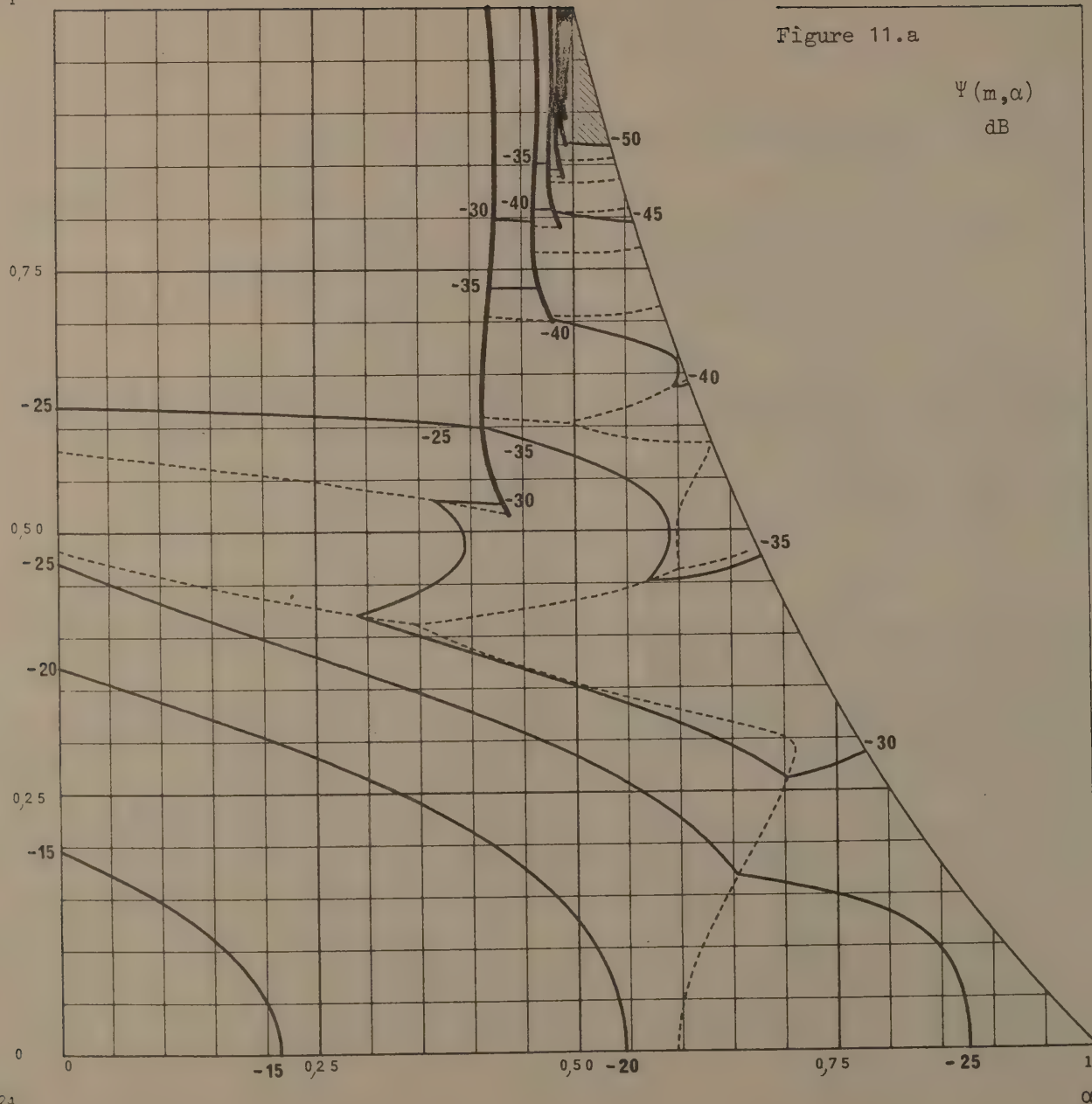


FIGURE 11 :

Illumination statique  
en triangle sur piédestal  
et modulation sinusoïdale.

Figure 11.a :

Courbes équiniveaux du  
niveau  $\Psi$  de lobes secon-  
daires dans le plan  $(\alpha, m)$   
 $\left\{ \begin{array}{l} \alpha : \text{paramètre caracté-} \\ \quad \text{risant le piédestal,} \\ m : \text{taux de modulation.} \end{array} \right.$

Figures 11.b, 11.c, 11.d :  
Courbes équiniveaux de la  
largeur  $v_{3dB}$  du lobe prin-  
cipal et de l'efficacité  $H$ .

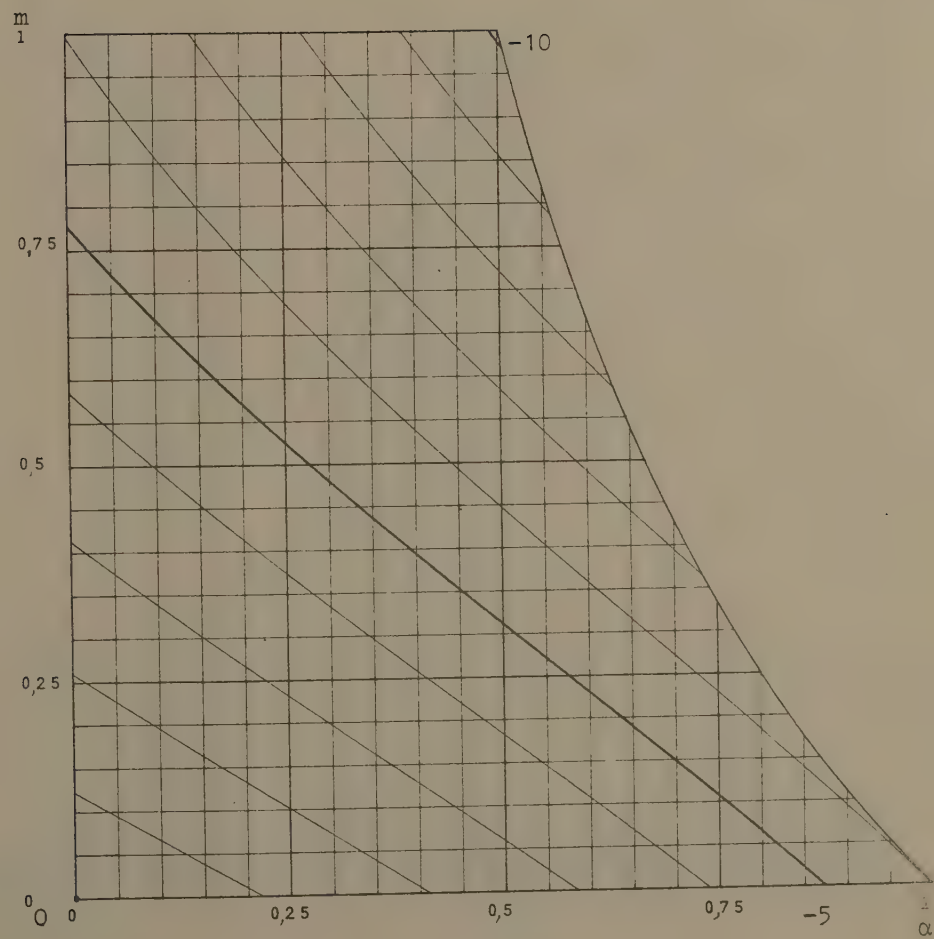
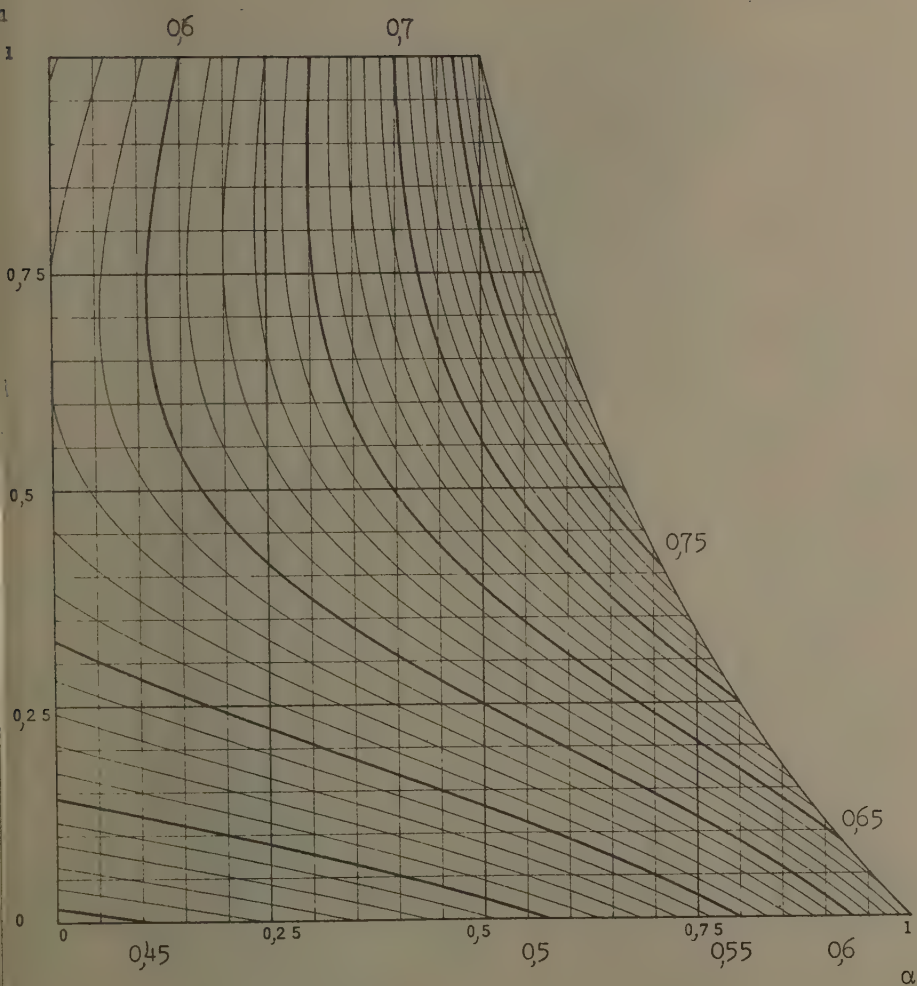
$v_{3dB}(m, \alpha)$ 
 $H(m, \alpha)$   
dB


Figure 11.b : VOIE PRINCIPALE

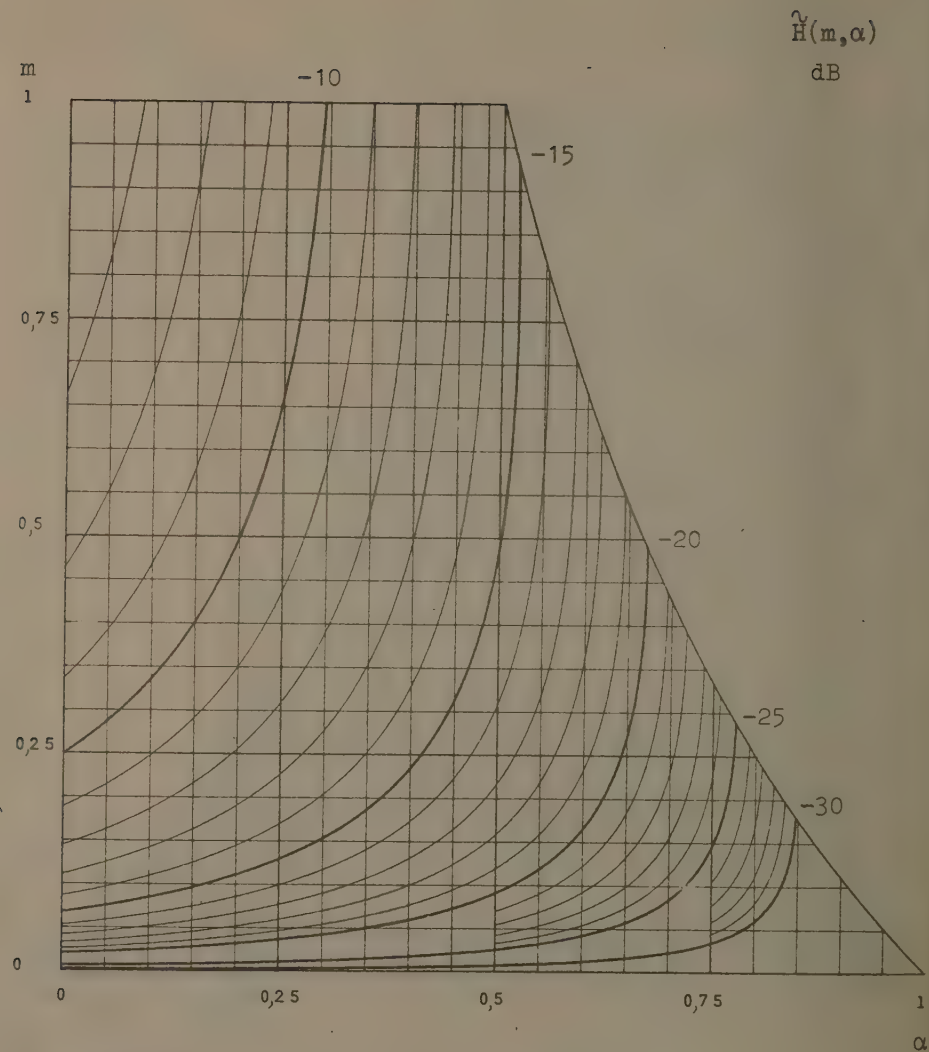
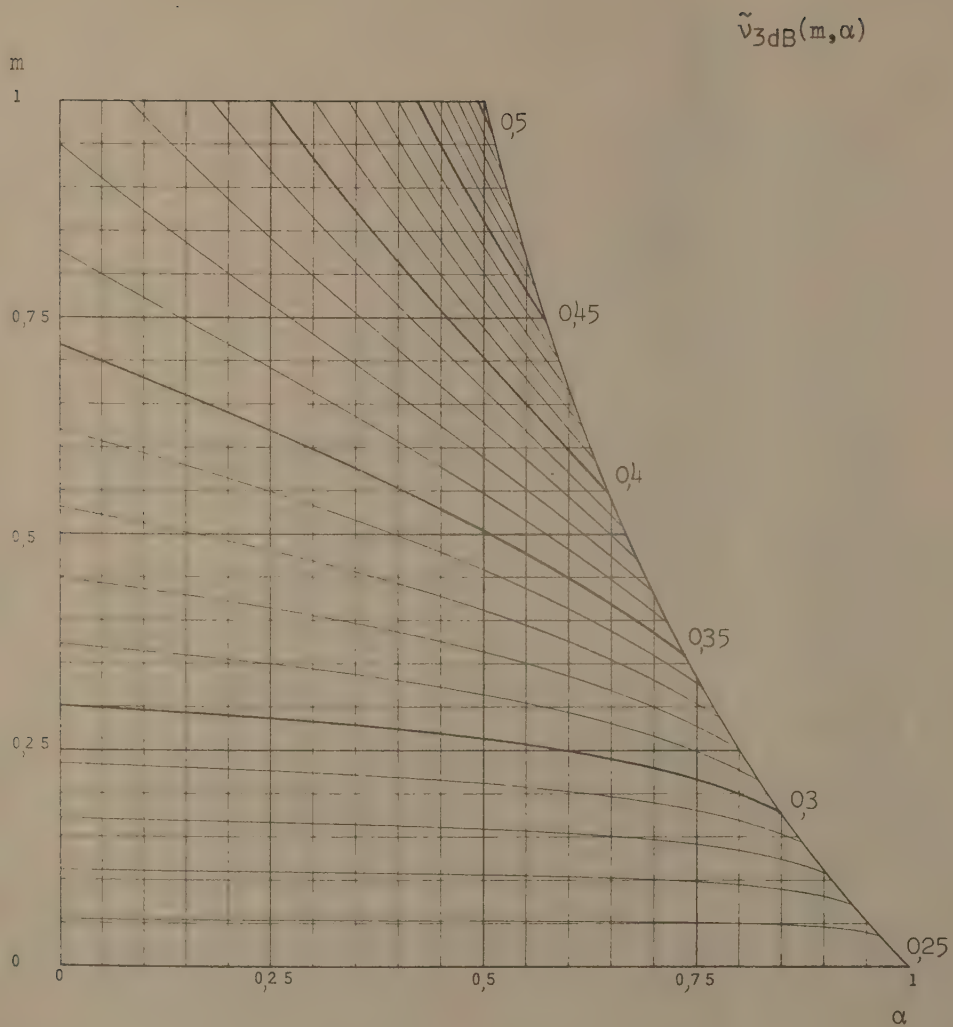
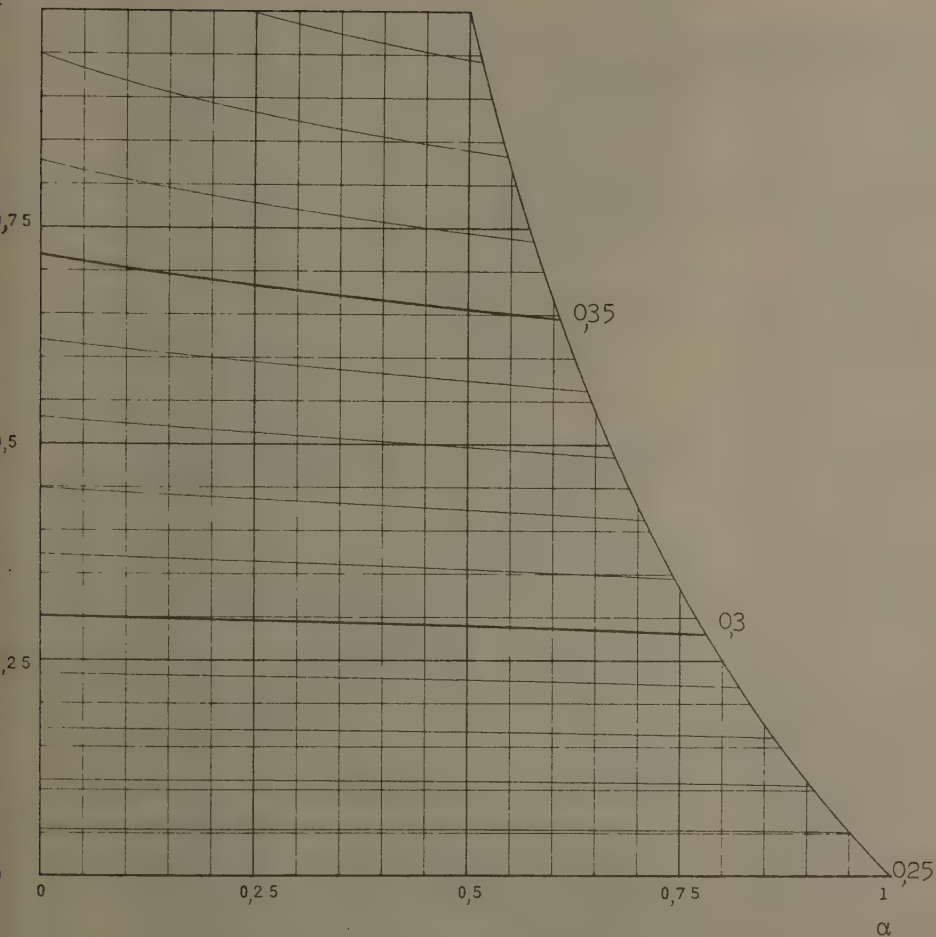


Figure 11.c : VOIE COMPLEMENTAIRE

$$\hat{v}_{3dB}(m, \alpha)$$



$$\hat{H}(m, \alpha) \text{ dB}$$

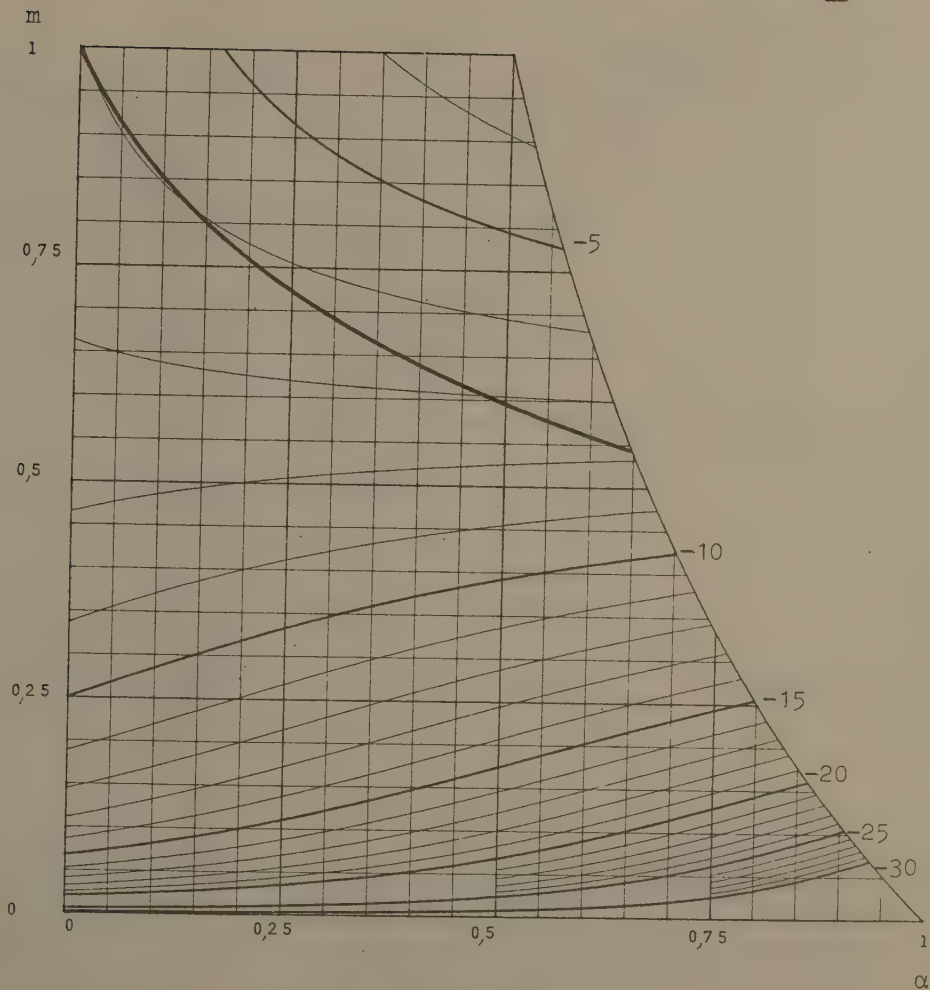


Figure 11.d : VOIE COMPLEMENTAIRE DE L'ANTENNE MODIFIEE

### 2.3.3. Modulation en dents de scie

\* Diagrammes à la fréquence incidente

$$D(u) = \frac{(1 - \alpha) \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} + \frac{\alpha}{u^2} \left[ 1 - \cos u \left( 2 \frac{\sin mu}{mu} - \cos mu \right) \right]}{1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{3} \right)} \quad (50)$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\left( 1 - \alpha(1+m) \right) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} \right] + 2 \alpha \frac{\cos u}{u^2} \left( \frac{\sin mu}{mu} - \cos mu \right)}{m \left( 1 - \alpha \left( 1 + \frac{m}{3} \right) \right)} \quad (51)$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\left( 1 - \alpha(1-m) \right) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} \right] + 2 \alpha \frac{\cos u}{u^2} \left( \frac{\sin mu}{mu} - \cos mu \right)}{m \left( 1 - \alpha \left( 1 - \frac{5}{3} m \right) \right)} \quad (52)$$

\* Diagrammes aux fréquences latérales

$$\left| \begin{array}{l} k \text{ impair : } D^{(k)}(u) = \frac{m}{1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{3} \right)} \times \frac{1}{\left( k \frac{\pi}{2} \right)^2 - (mu)^2} \left[ (1-\alpha) \cos u \cos mu + \alpha m \sin u \left( \sin mu - 2 \frac{mu \cos mu}{\left( k \frac{\pi}{2} \right)^2 - (mu)^2} \right) \right] ; \\ k \text{ pair : } D^{(k)}(u) = \frac{-m}{1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{3} \right)} \times \frac{1}{\left( k \frac{\pi}{2} \right)^2 - (mu)^2} \left[ (1-\alpha) \sin u \sin mu + \alpha m \cos u \left( \cos mu + 2 \frac{mu \sin mu}{\left( k \frac{\pi}{2} \right)^2 - (mu)^2} \right) \right] . \end{array} \right.$$

\* Efficacités

$$\eta = \frac{\left( 1 - \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{m^2}{3} \right) \right)^2}{(1+m)^2} \quad (53)$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m \left( 1 - \alpha \left( 1 + \frac{m}{3} \right) \right)^2}{2(1+m)} \quad (54)$$

$$\hat{\eta} = \frac{m \left( 1 - \alpha \left( 1 - \frac{5}{3} m \right) \right)^2}{2(1+m)} \quad (55)$$

Le tracé en perspective de la fonction  $-\Psi(m, \alpha)$  (figure 12), joint aux réseaux de courbes équiniveaux (figure 13), met en évidence le fait que des niveaux très bas de lobes secondaires peuvent être obtenus sur une zone du plan  $(\alpha, m)$  plus étendue que dans le cas du paragraphe précédent. Pour un niveau déterminé, cela autorise une plus grande latitude de choix du point de fonctionnement selon les largeurs de lobes principaux et les efficacités désirées.

La particularité majeure de cette modulation est qu'il existe un cas où il n'y a pas de lobe secondaire du tout dans le diagramme principal

Le diagramme est alors strictement monotone lorsque  $u$  varie de zéro à l'infini ; un maximum dans la réponse angulaire de la voie principale ne peut correspondre qu'à la direction de l'axe de l'antenne. L'analyse détaillée de ce résultat et de son exploitation possible sera présentée au chapitre suivant.

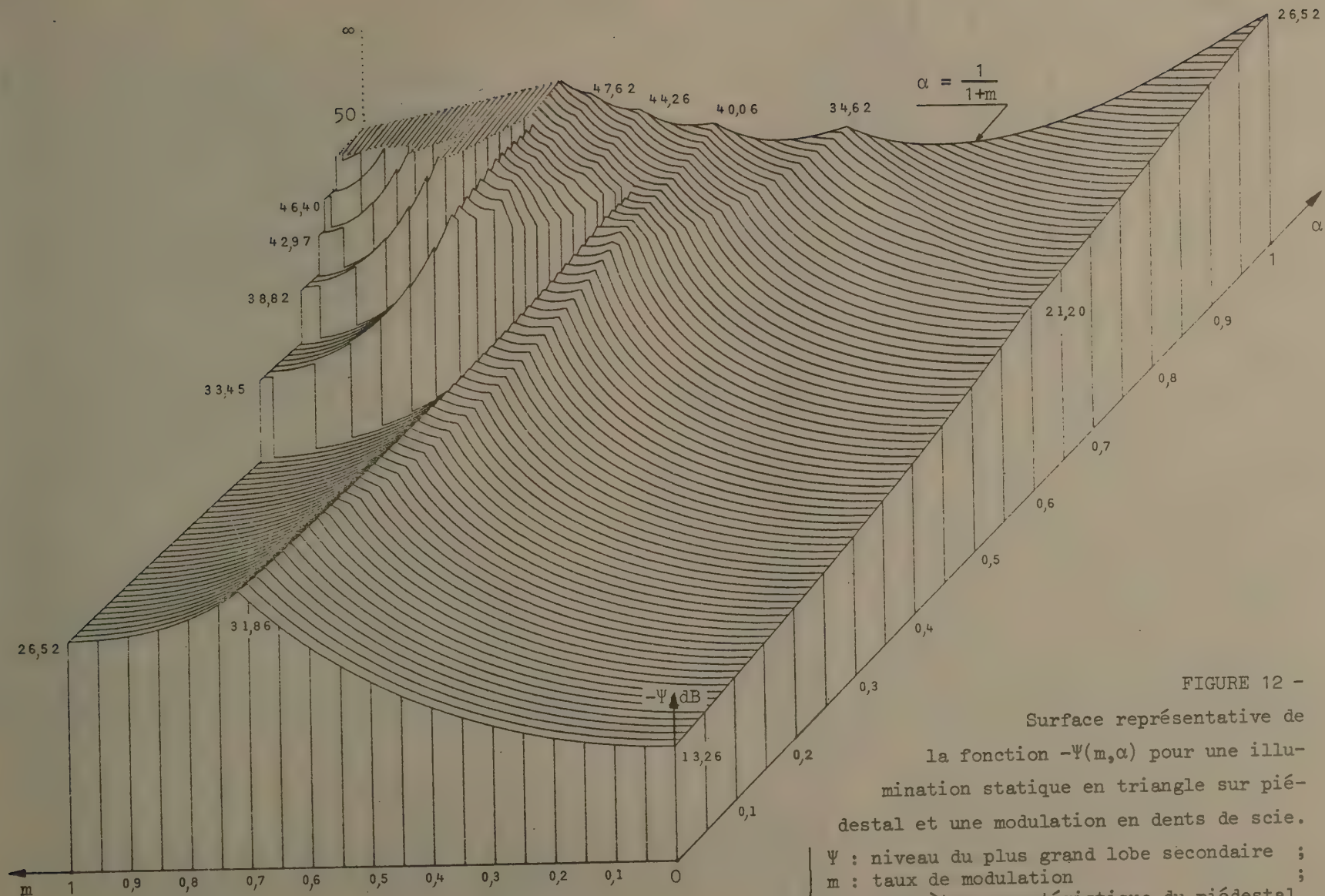


FIGURE 12 -  
Surface représentative de  
la fonction  $-\Psi(m, \alpha)$  pour une illu-  
mination statique en triangle sur pié-  
destal et une modulation en dents de scie.

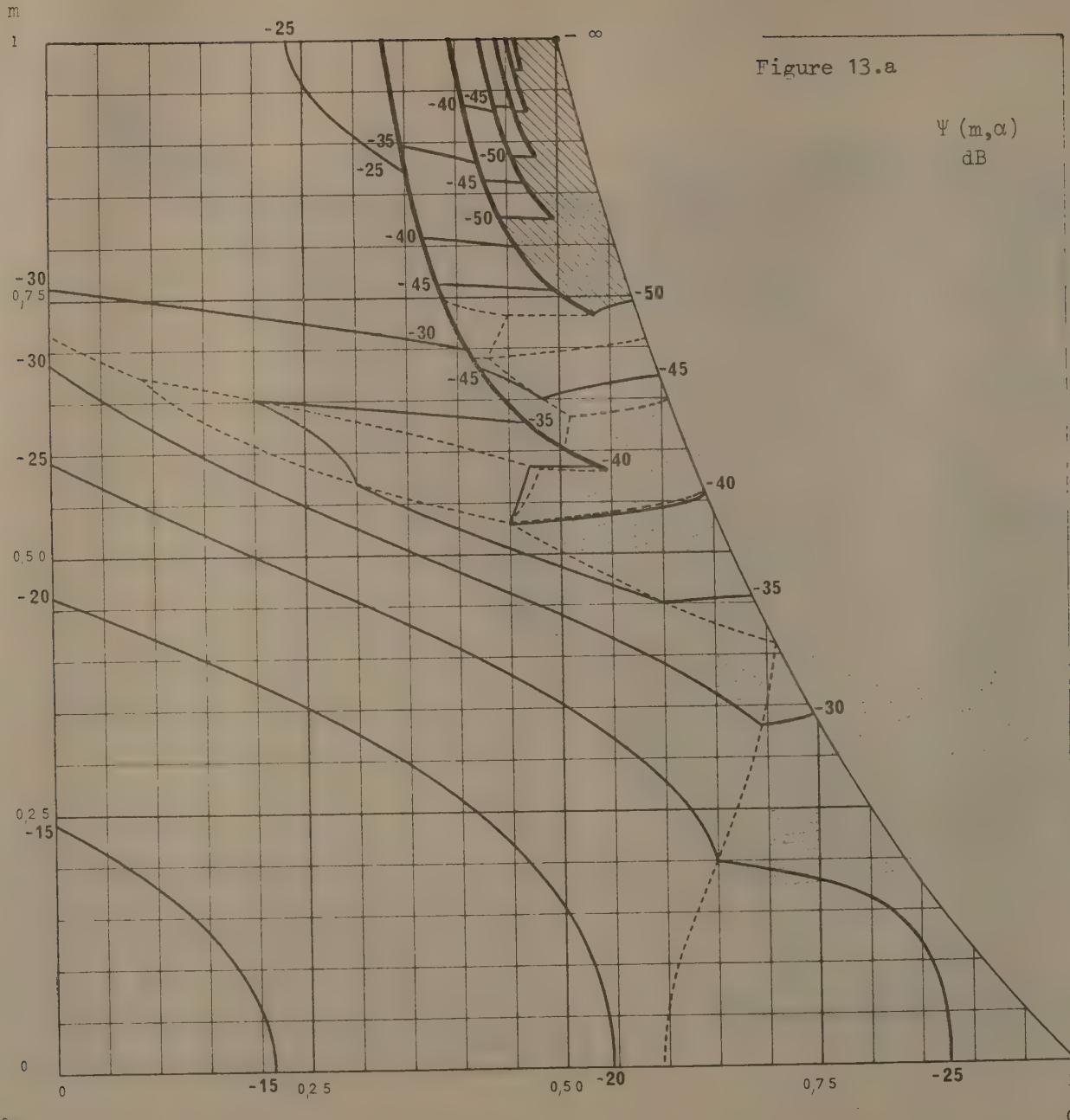


Figure 13.a

$\Psi (m, \alpha)$   
dB

FIGURE 13 :

Illumination statique  
en triangle sur piédestal  
et modulation en dents de scie.

Figure 13.a :  
Courbes équiniveaux du  
niveau  $\Psi$  de lobes secon-  
daires dans le plan  $(\alpha, m)$   
(  $\alpha$  : paramètre caracté-  
risant le piédestal,  
m : taux de modulation.

Figures 13.b, 13.c, 13.d :  
Courbes équiniveaux de la  
largeur  $\nu_{3dB}$  du lobe prin-  
cipal et de l'efficacité H.

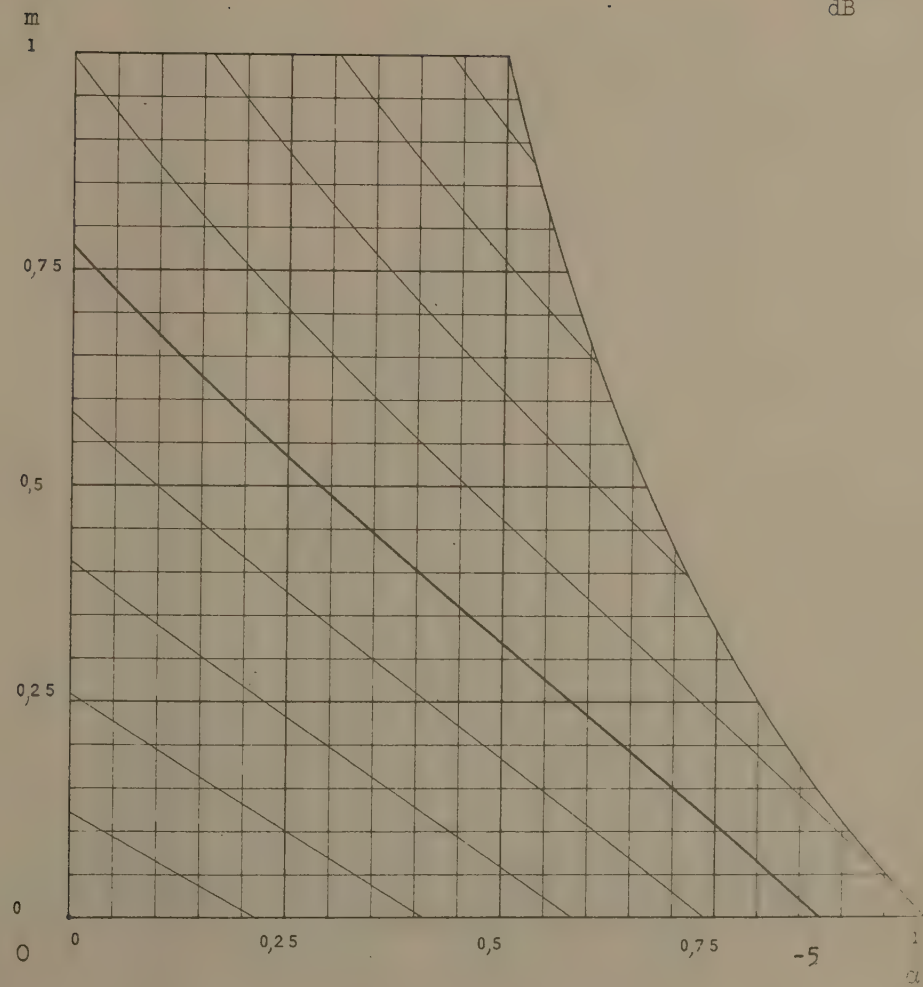
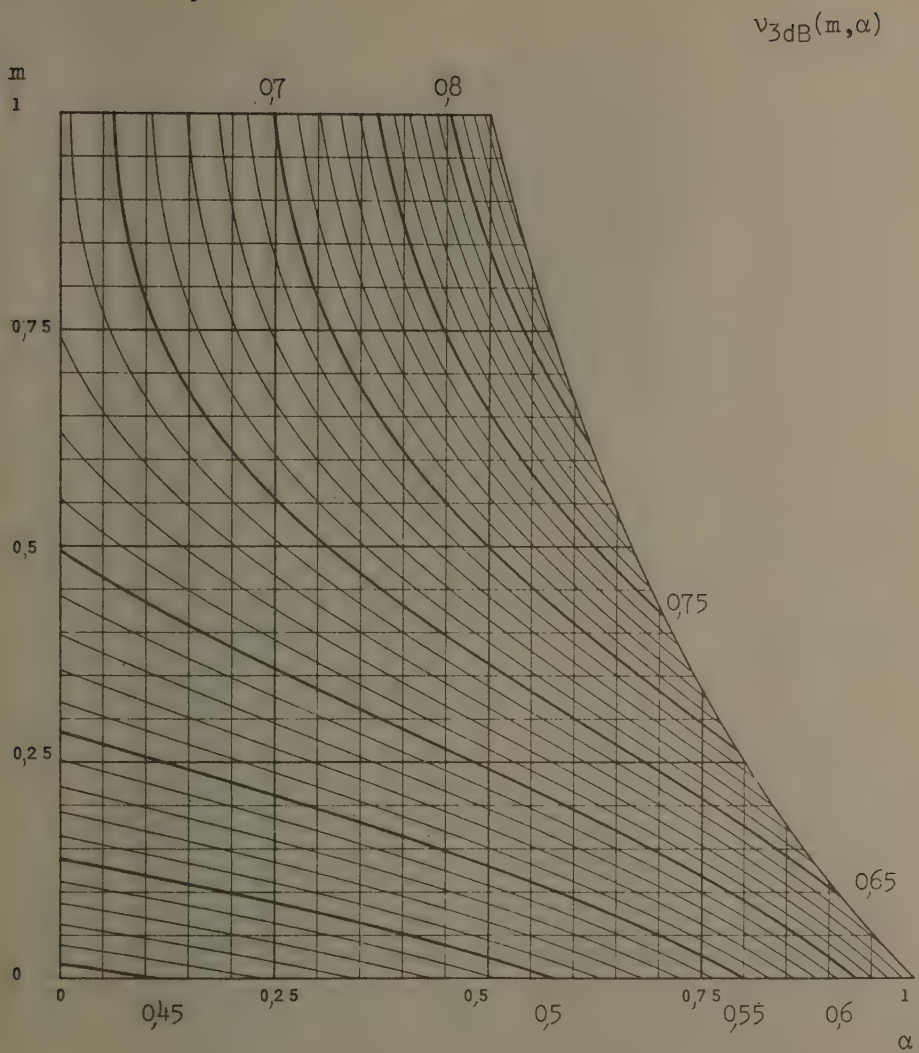


Figure 13.b : VOIE PRINCIPALE

$$\tilde{v}_{3dB}(m, \alpha)$$

$$\tilde{H}(m, \alpha)$$

dB

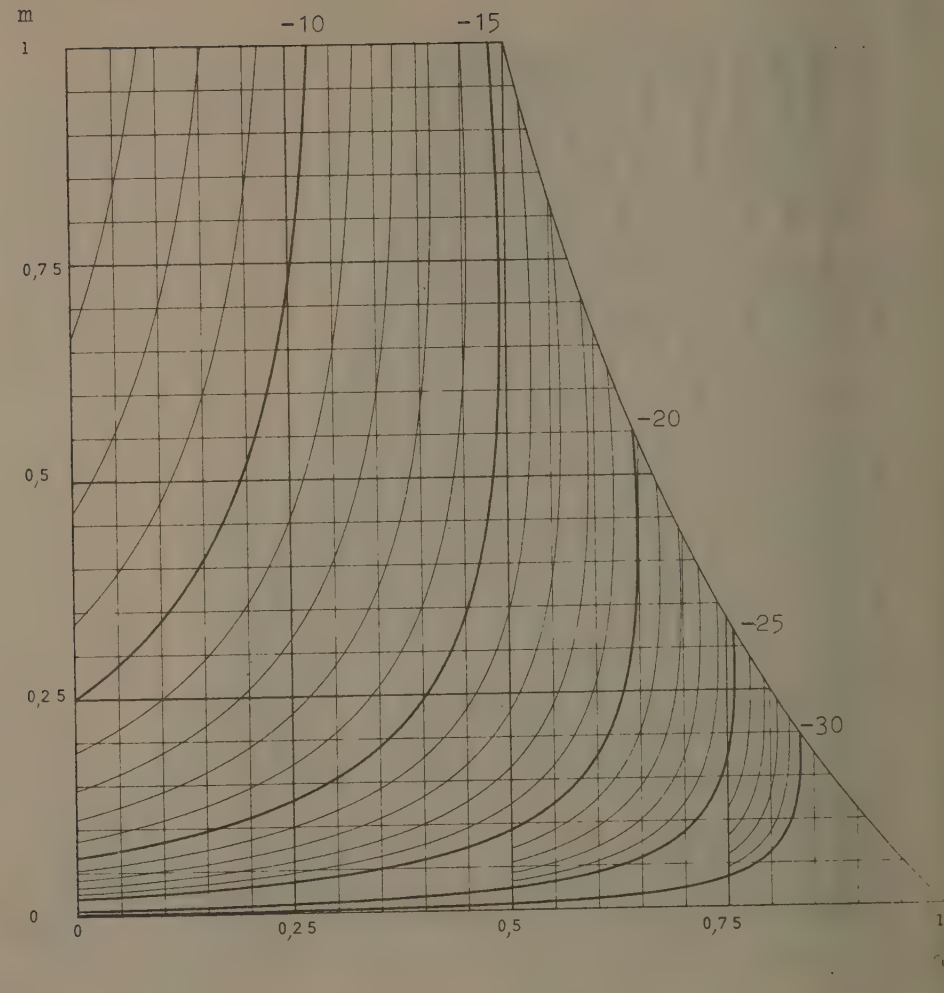
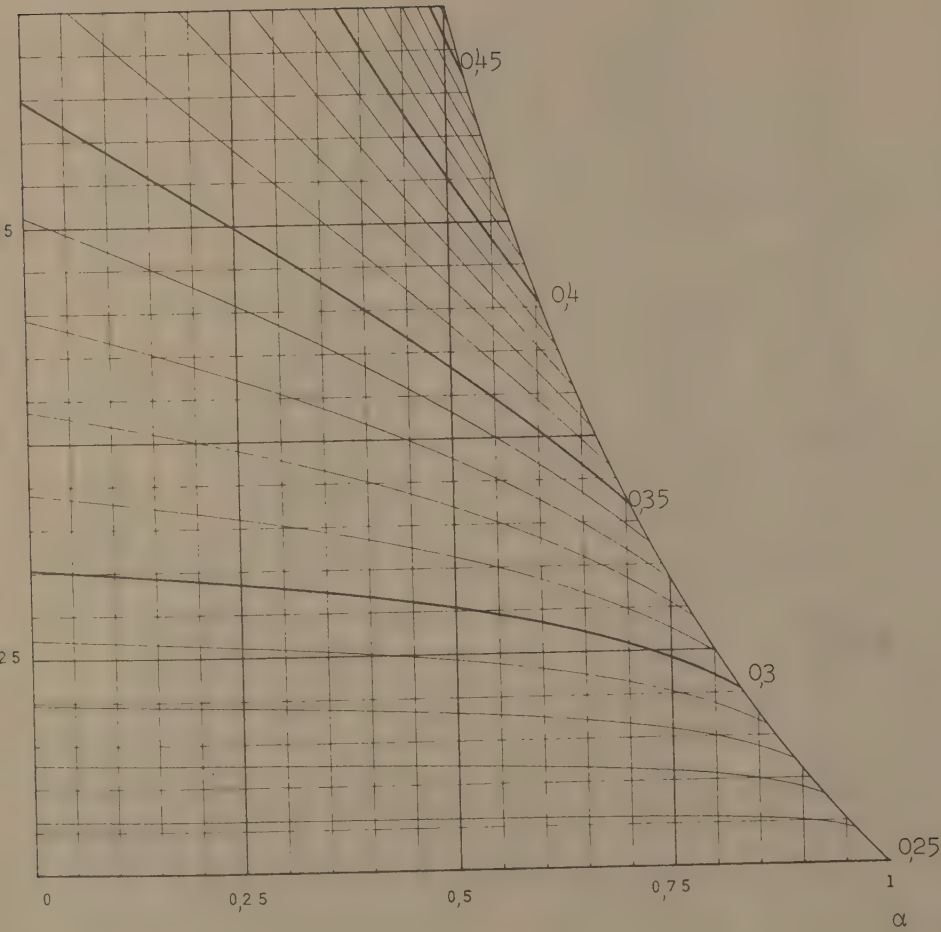


Figure 13.c : VOIE COMPLEMENTAIRE

$$\hat{v}_{3dB}(m, \alpha)$$

$$\hat{H}(m, \alpha)$$

m

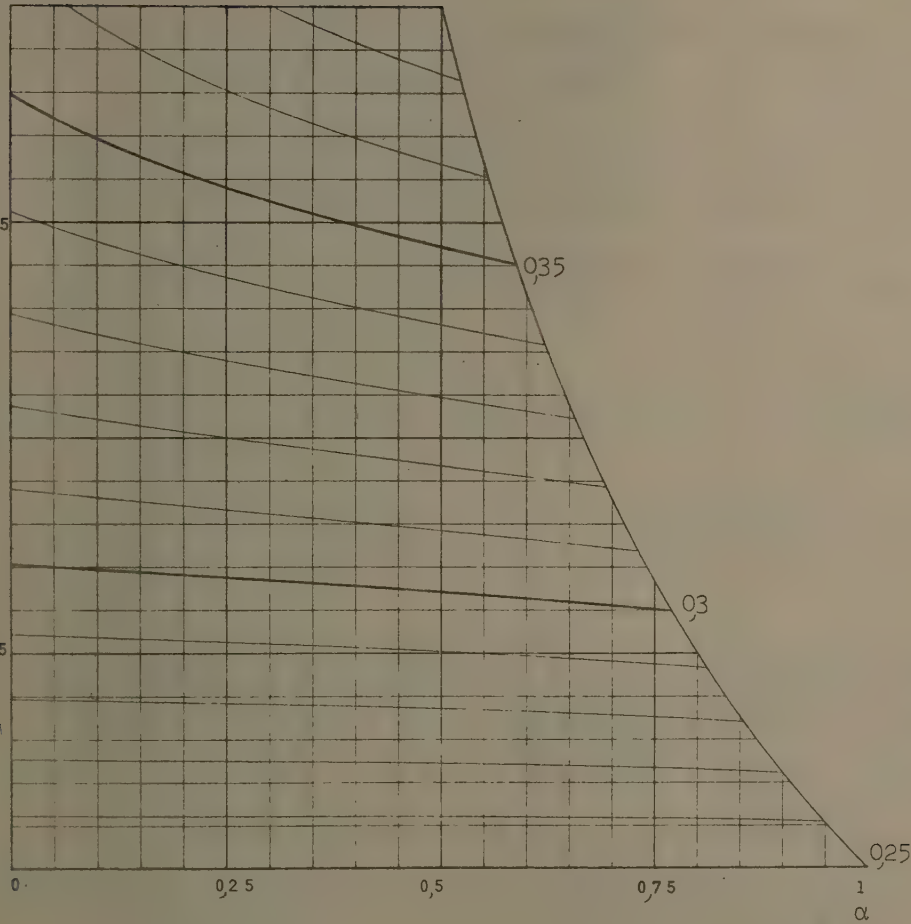
1

0,75

0,5

0,25

0



m

1

0,75

0,5

0,25

0

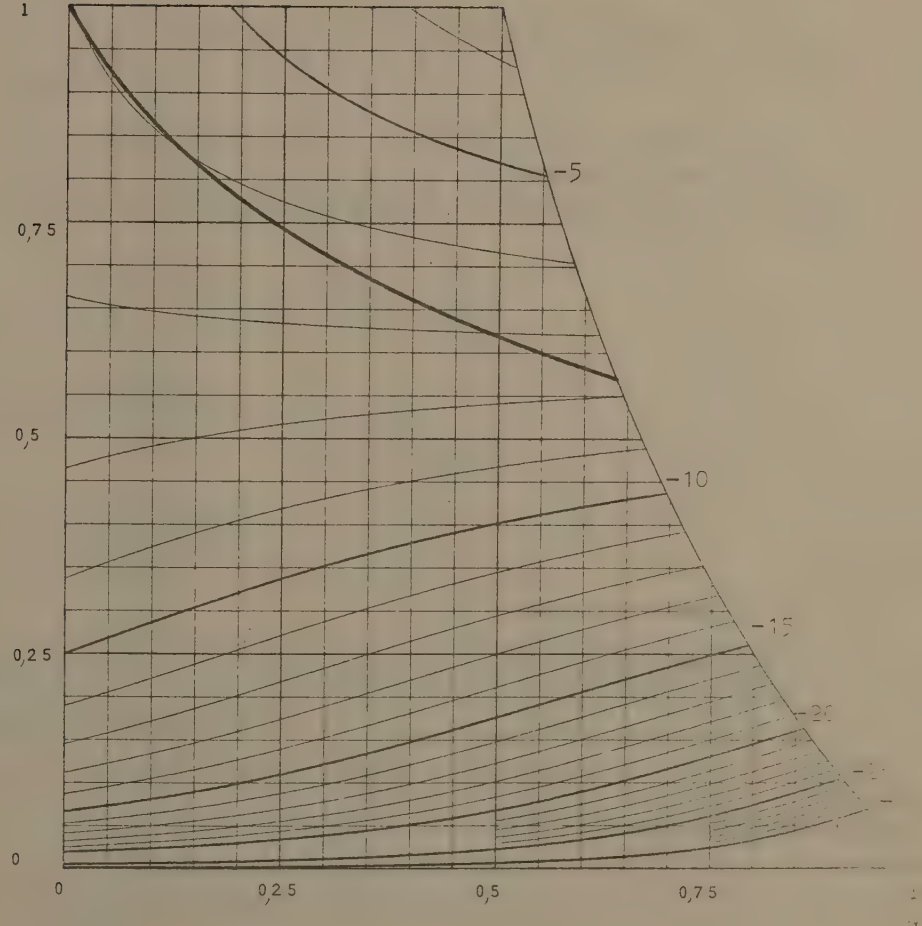


Figure 13.d : VOIE COMPLEMENTAIRE DE L'ANTENNE MODIFIEE

## 2.4. ILLUMINATION STATIQUE EN COSINUS CARRE SUR PIEDESTAL

La loi d'illumination statique est donnée par la formule (23) ; on obtient l'expression du signal principal  $s_0(u)$  en la reportant dans la formule générale (10) :

$$s_0(u) = \frac{m}{(1+m)\pi} \int_{-1/m}^1 \left[ 1 - \alpha \left[ 1 - \cos\left((1+mX)\frac{\pi}{2}\right) \right] \right] \cos((1+mX)u) \phi(X) dX \quad .$$

Le calcul est fondé sur le même principe qu'au début du paragraphe 2.3 ; après un découpage de l'intervalle d'intégration, et une décomposition de l'expression en une somme de termes pairs et impairs, on constate que tous les termes ne contenant pas  $\phi(X)$  s'annulent entre eux, et le signal principal s'exprime à l'aide de la fonction auxiliaire  $\Lambda$ . Les deux autres signaux s'en déduisent à l'aide des formules (15) et (28) :

$$s_0(u) = \frac{1}{1+m} \left[ (1-\alpha) \frac{\sin u}{u} \Lambda(mu) + \frac{\alpha}{2} \cos u \left[ \frac{\Lambda\left(m\left(\frac{\pi}{2} + u\right)\right)}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\Lambda\left(m\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\right)}{\frac{\pi}{2} - u} \right] \right] \quad ; \quad (56)$$

$$\tilde{s}_0(u) = (1-\alpha) \frac{\sin((1+m)u)}{(1+m)u} + \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{\sin((1+m)\left(\frac{\pi}{2} + u\right))}{(1+m)\left(\frac{\pi}{2} + u\right)} + \frac{\sin((1+m)\left(\frac{\pi}{2} - u\right))}{(1+m)\left(\frac{\pi}{2} - u\right)} \right] - s_0(u) \quad ; \quad (57)$$

$$\hat{s}_0(u) = (1-\alpha) \frac{\sin((1+m)u)}{(1+m)u} + \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{\sin((1-m)\left(\frac{\pi}{2} + u\right))}{(1+m)\left(\frac{\pi}{2} + u\right)} + \frac{\sin((1-m)\left(\frac{\pi}{2} - u\right))}{(1+m)\left(\frac{\pi}{2} - u\right)} \right] + 2\alpha \sin\left(m\frac{\pi}{2}\right) \frac{\cos u \sin mu}{(1+m)u} - s_0(u) \quad . \quad (58)$$

### ... Modulation en créneaux

En remplaçant la fonction  $\Lambda(v)$  par son expression telle qu'elle est donnée au paragraphe 2.1, on peut établir les formules des trois diagrammes étudiés :

$$D(u) = \frac{(1-\alpha) \frac{\sin u}{u} \cos mu + \frac{\alpha}{2} \cos u \left[ \frac{\cos\left(m\left(\frac{\pi}{2} + u\right)\right)}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\cos\left(m\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\right)}{\frac{\pi}{2} - u} \right]}{1 - \alpha \left[ 1 - \frac{\cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} \right]} \quad ; \quad (59)$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin mu}{mu} \cos u + \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} \sin u \left[ \frac{\sin\left(m\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\right)}{m\left(\frac{\pi}{2} - u\right)} - \frac{\sin\left(m\left(\frac{\pi}{2} + u\right)\right)}{m\left(\frac{\pi}{2} + u\right)} \right] \quad ; \quad (60)$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\sin mu}{mu} \cos u - \frac{\alpha}{2 \left[ 1 - \alpha \left( 1 - 2 \sin\left(m\frac{\pi}{2}\right) \right) \right]} \sin u \left[ \frac{\sin\left(m\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\right)}{m\left(\frac{\pi}{2} - u\right)} - \frac{\sin\left(m\left(\frac{\pi}{2} + u\right)\right)}{m\left(\frac{\pi}{2} + u\right)} \right] \quad . \quad (61)$$

Les diagrammes correspondant aux signaux reçus aux fréquences latérales (formules 11 et 13) ont pour expressions :

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{l}
 \text{k impair : } D^{(k)}(u) = \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k \pi} \frac{2^m}{1 - \alpha \left( 1 - \frac{\cos(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right)} \left[ (1-\alpha) \cos u \frac{\sin mu}{mu} + \frac{\alpha}{2} \sin u \left( \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2}-u))}{m(\frac{\pi}{2}-u)} - \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2}+u))}{m(\frac{\pi}{2}+u)} \right) \right] \\
 \\
 \text{k pair : } D^{(k)}(u) = 0 .
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Les efficacités se déduisent des signaux grâce aux formules (20), (21) et (30) :

$$\eta = \frac{\left[ 1 - \alpha \left( 1 - \frac{\cos(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right) \right]^2}{(1+m)^2} ; \quad (62)$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m(1-\alpha)^2}{2(1+m)} ; \quad (63)$$

$$\hat{\eta} = \frac{m \left[ 1 - \alpha \left( 1 - 2 \sin(m \frac{\pi}{2}) \right) \right]^2}{2(1+m)} . \quad (64)$$

La figure 14 montre les sept réseaux de courbes équiniveaux caractéristiques de ce cas de modulation. Tel que celui-ci est défini, il fait passer continûment l'illumination dynamique de la voie principale d'un cosinus sur piédestal ( $m = 0$ ) à un cosinus carré sur piédestal ( $m = 1$ ). La meilleure performance relative au niveau de lobes secondaires correspond à la loi d'illumination de HAMMING :

$$\begin{array}{c|c|c}
 \text{pour} & \begin{array}{l} m = 1 \\ \\ \alpha = 0,462 \end{array} & \begin{array}{l} \text{on vérifie} \\ \\ \psi = -43,01 \text{ dB} . \end{array}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} E_0(x) = A_0 \left[ 0,538 + 0,462 \cos \left( \frac{\pi x}{2 \ell_0} \right) \right] \\ \\ \end{array} \quad ( \text{HAMMING} )$$

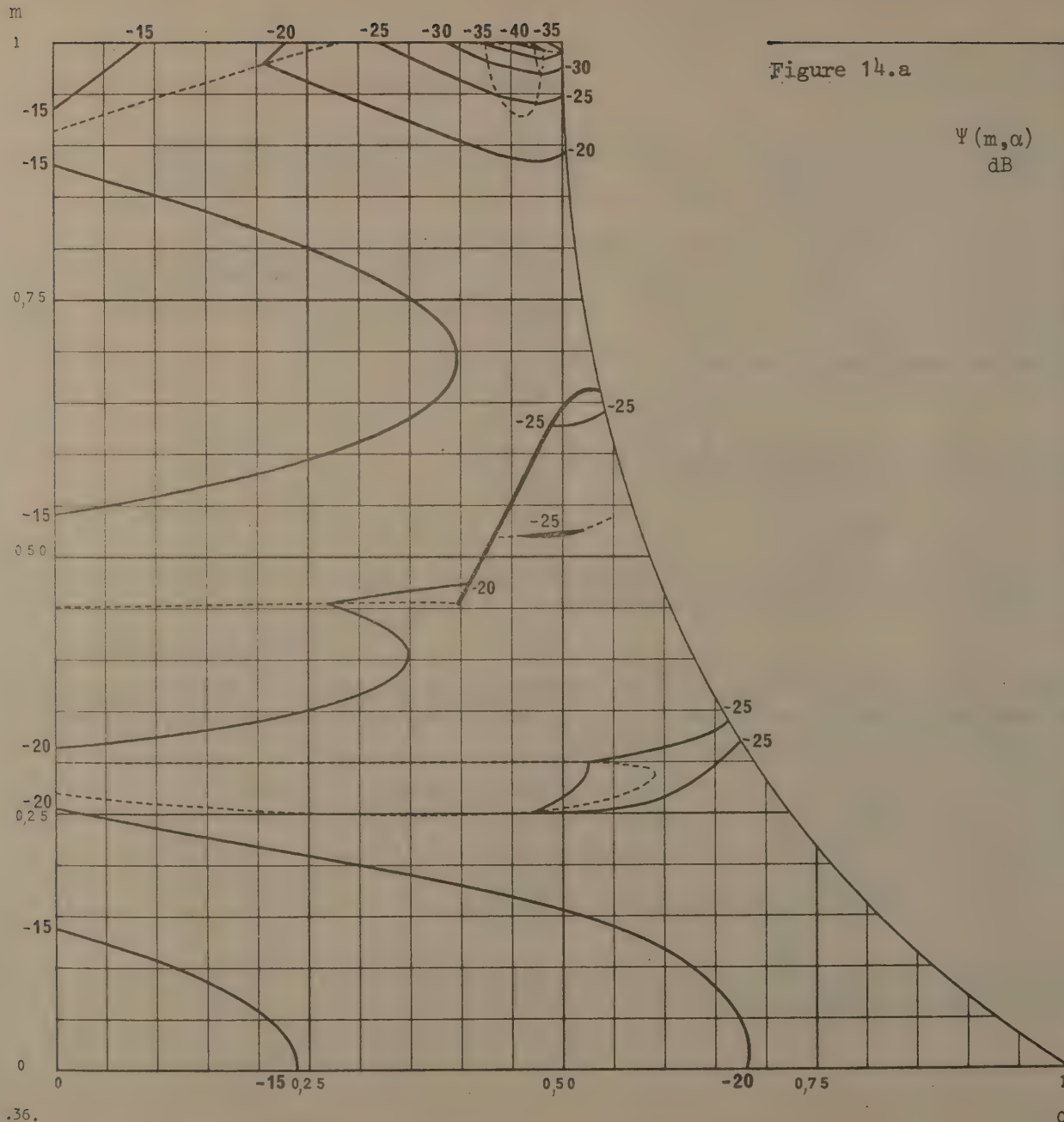


FIGURE 14 :

Illumination statique en cosinus carré sur piédestal et modulation en créneaux.

Figure 14.a :

Courbes équiniveaux du niveau  $\Psi$  de lobes secondaires dans le plan  $(\alpha, m)$

$\alpha$  : paramètre caractérisant le piédestal,  
 $m$  : taux de modulation.

Figures 14.b, 14.c, 14.d :  
 Courbes équiniveaux de la largeur  $\nu_{3dB}$  du lobe principal et de l'efficacité  $H$ .

$v_{3dB}(m, \alpha)$ 
 $H(m, \alpha)$ 

dB

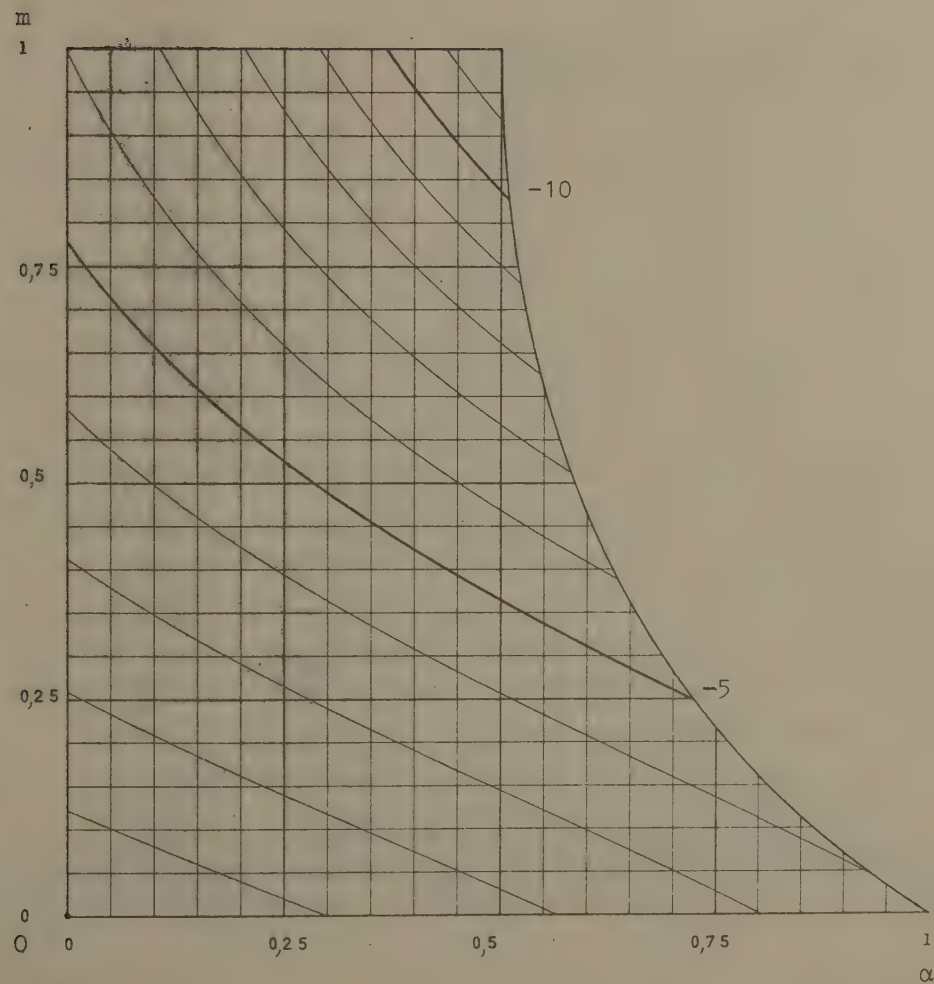
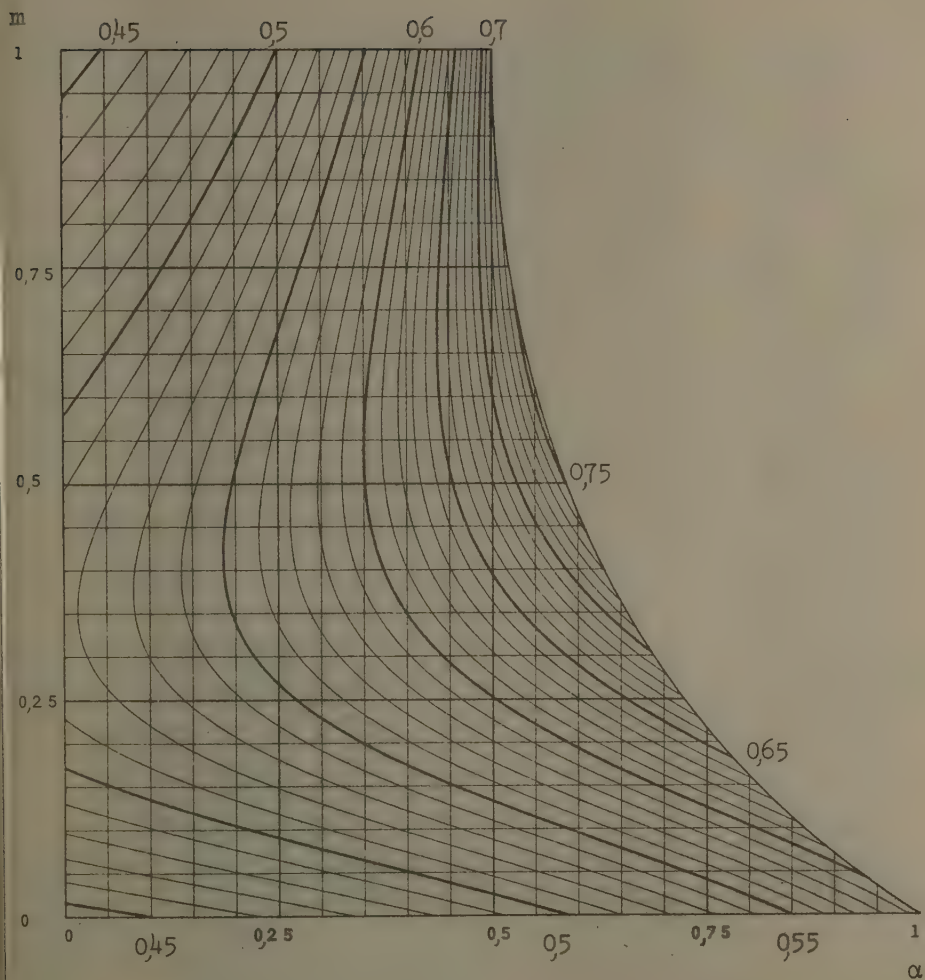


Figure 14.b : VOIE PRINCIPALE

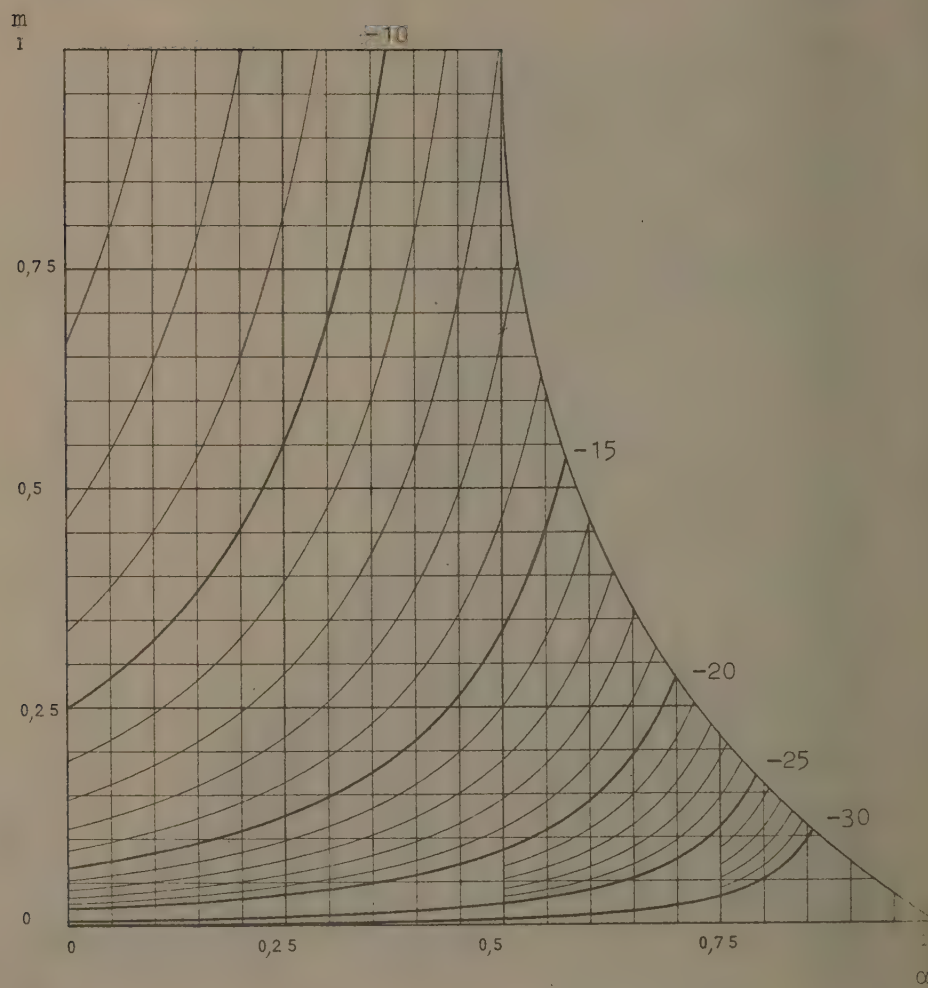
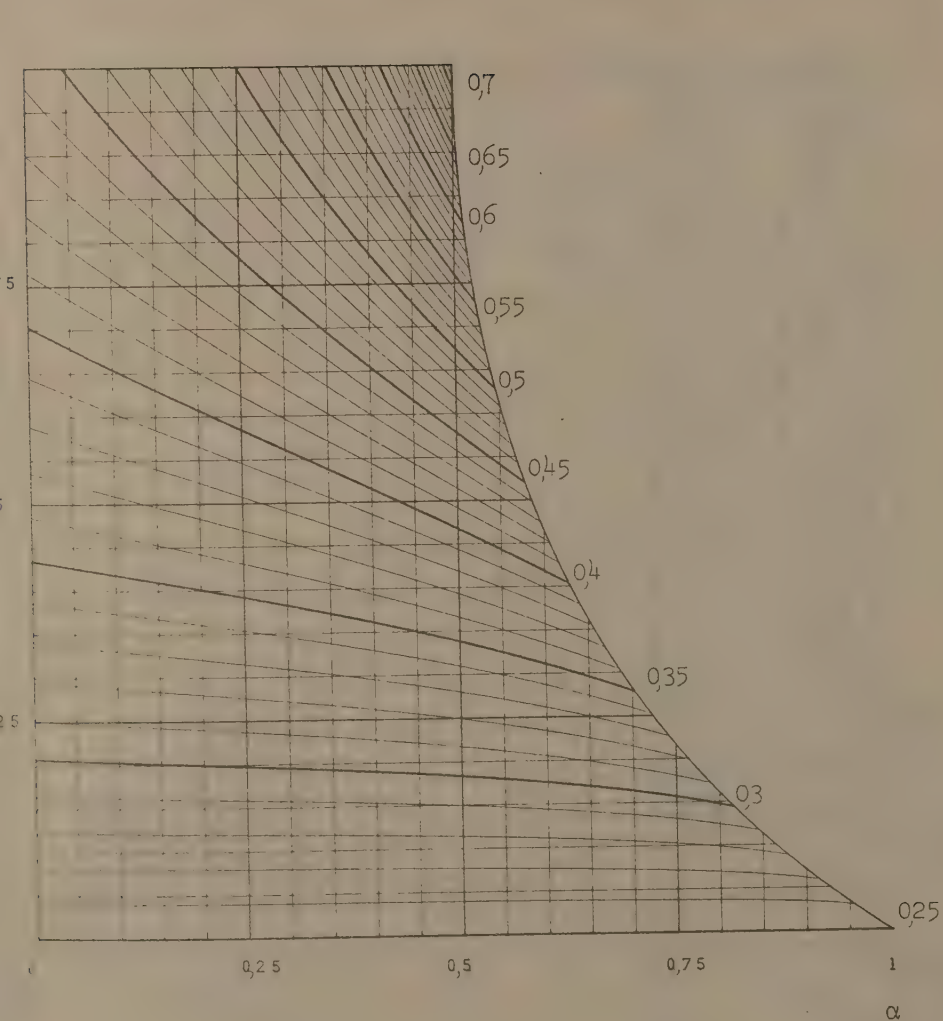
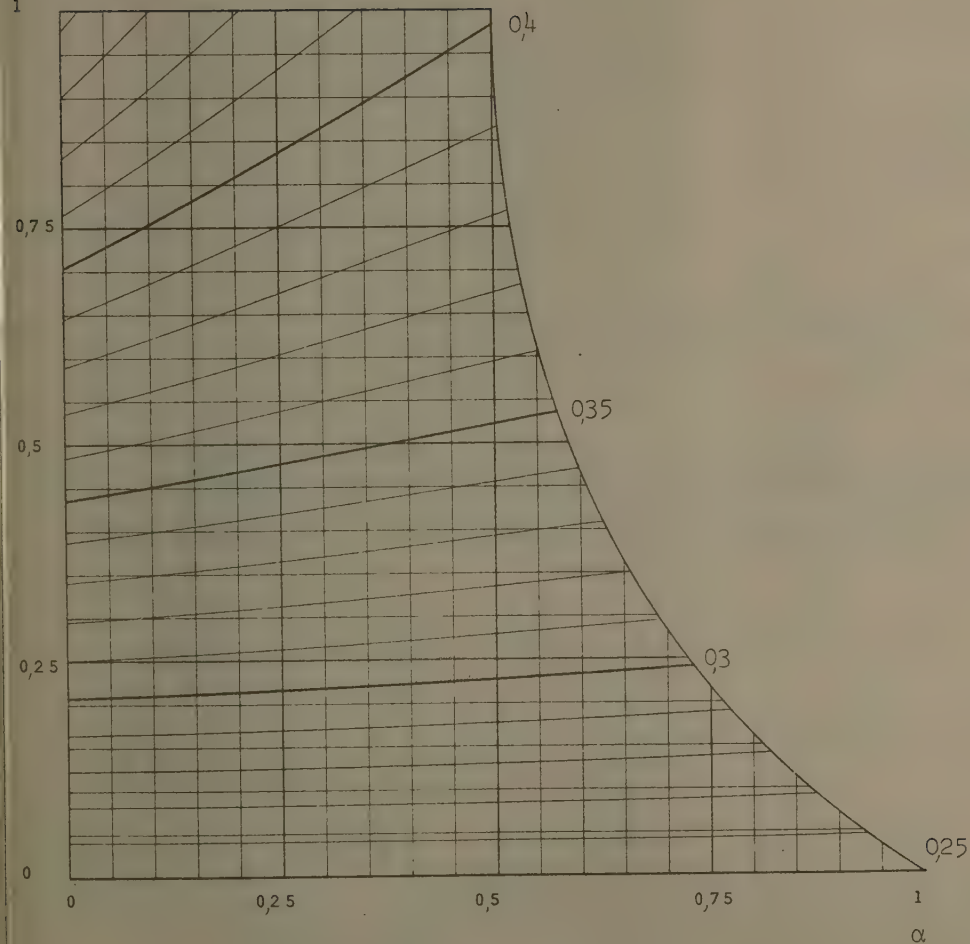
$\tilde{v}_{3dB}(m, \alpha)$ 
 $\tilde{H}(m, \alpha)$   
dB


Figure 14.c : VOIE COMPLEMENTAIRE

$$\hat{v}_{3dB}(m, \alpha)$$

$$\hat{H}(m, \alpha)$$

m  
1



m  
1

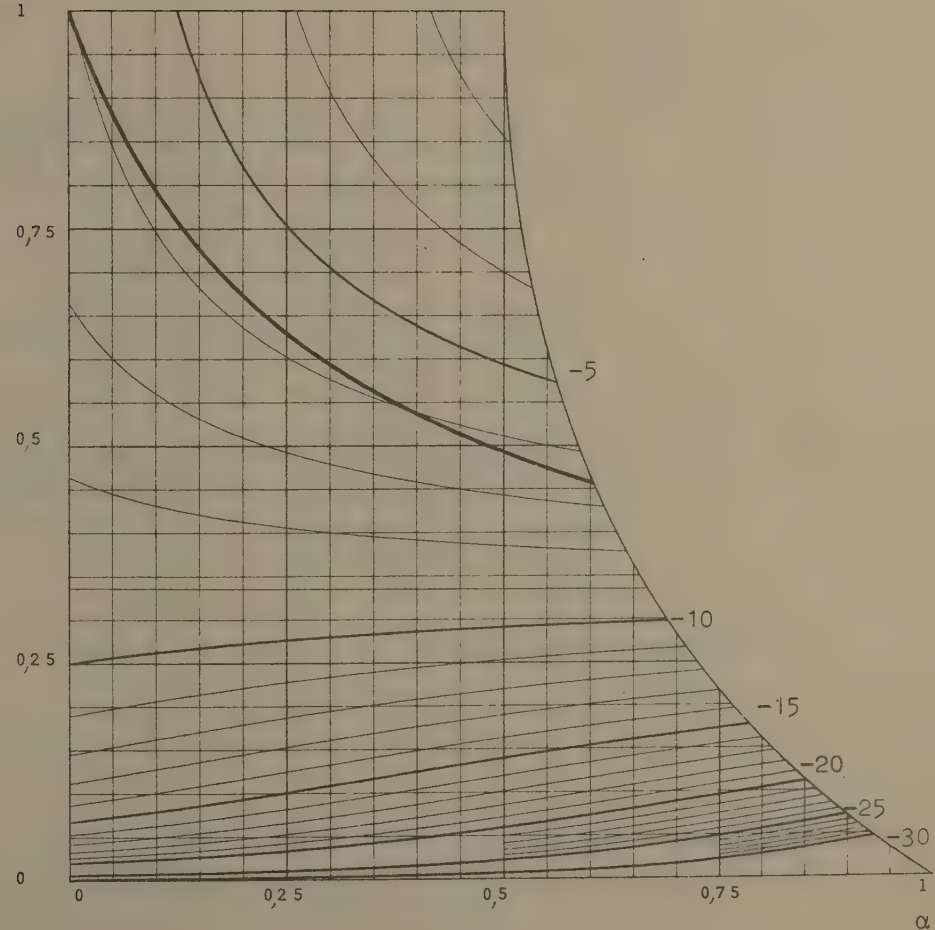


Figure 14.d : VOIE COMPLEMENTAIRE DE L'ANTENNE MODIFIEE

## 2.4.2. Modulation sinusoïdale

### \* Diagrammes à la fréquence incidente

$$D(u) = \frac{(1-\alpha) \frac{\sin u}{u} J_0(mu) + \frac{\alpha}{2} \cos u \left[ \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2}+u))}{\frac{\pi}{2}+u} + \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2}-u))}{\frac{\pi}{2}-u} \right]}{1 - \alpha \left[ 1 - \frac{J_0(m\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right]} ; \quad (65)$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{(1-\alpha) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} J_0(mu) \right] + \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2}+u))}{\frac{\pi}{2}+u} + \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2}-u))}{\frac{\pi}{2}-u} - \cos u \left[ \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2}+u))}{\frac{\pi}{2}+u} + \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2}-u))}{\frac{\pi}{2}-u} \right] \right]}{(1-\alpha)m - \frac{2\alpha}{\pi} (J_0(m\frac{\pi}{2}) - \cos(m\frac{\pi}{2}))} ; \quad (66)$$

$$^A D(u) = \frac{(1-\alpha) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} J_0(mu) \right] + \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2}+u))}{\frac{\pi}{2}+u} + \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2}-u))}{\frac{\pi}{2}-u} - \cos u \left[ \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2}+u))}{\frac{\pi}{2}+u} + \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2}-u))}{\frac{\pi}{2}-u} - 4 \sin(m\frac{\pi}{2}) \frac{\sin mu}{u} \right] \right]}{\left[ 1 - \alpha \left( 1 - 2 \sin(m\frac{\pi}{2}) \right) \right] m - \frac{2\alpha}{\pi} (J_0(m\frac{\pi}{2}) - \cos(m\frac{\pi}{2}))} . \quad (67)$$

### \* Diagrammes aux fréquences latérales

$$\left| \begin{array}{l} k \text{ impair} : D^{(k)}(u) = \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{2k} \times \frac{m}{1-\alpha(1-\frac{2}{\pi} J_0(m\frac{\pi}{2}))} \left[ (1-\alpha) \cos u J_k'(mu) + \frac{\alpha}{2} \sin u \left[ J_k'(m(\frac{\pi}{2}-u)) - J_k'(m(\frac{\pi}{2}+u)) \right] \right] ; \\ \\ k \text{ pair} : D^{(k)}(u) = \frac{(-1)^{\frac{k}{2}}}{2k} \times \frac{m}{1-\alpha(1-\frac{2}{\pi} J_0(m\frac{\pi}{2}))} \left[ (1-\alpha) \sin u J_k'(mu) + \frac{\alpha}{2} \cos u \left[ J_k'(m(\frac{\pi}{2}-u)) + J_k'(m(\frac{\pi}{2}+u)) \right] \right] . \end{array} \right.$$

\* Efficacités

$$\eta = \frac{\left[ 1 - \alpha \left( 1 - \frac{J_0(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right) \right]^2}{(1+m)^2} ; \quad (68)$$

$$\eta_1 = \frac{m \left[ 1 - \alpha \left( 1 + \frac{J_0(m \frac{\pi}{2}) - \cos(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} \right) \right]^2}{2(1+m)} ; \quad (69)$$

$$\eta_2 = \frac{m \left[ 1 - \alpha \left( 1 + \frac{J_0(m \frac{\pi}{2}) - \cos(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} - 2 \sin(m \frac{\pi}{2}) \right) \right]^2}{2(1+m)} . \quad (70)$$

On constate sur la figure 15 qu'en ce qui concerne le niveau de lobes secondaires dans le diagramme principal, ce cas de modulation donne des résultats analogues à celui d'une illumination statique en triangle sur piédestal modulée sinusoïdalement (voir paragraphe 2.3.2). En outre, il existe, comme dans le cas du paragraphe 2.3.3, un point caractérisé par l'absence totale de lobes parasites :

$$\left| \begin{array}{l} m = 1 \\ \alpha = 1/2 \\ \psi = -\infty \end{array} \right.$$

Cependant, en comparaison, les largeurs respectives des lobes principaux des diagrammes complémentaires  $\tilde{v}_{3dB}$  et  $\hat{v}_{3dB}$  sont ici plus grandes.

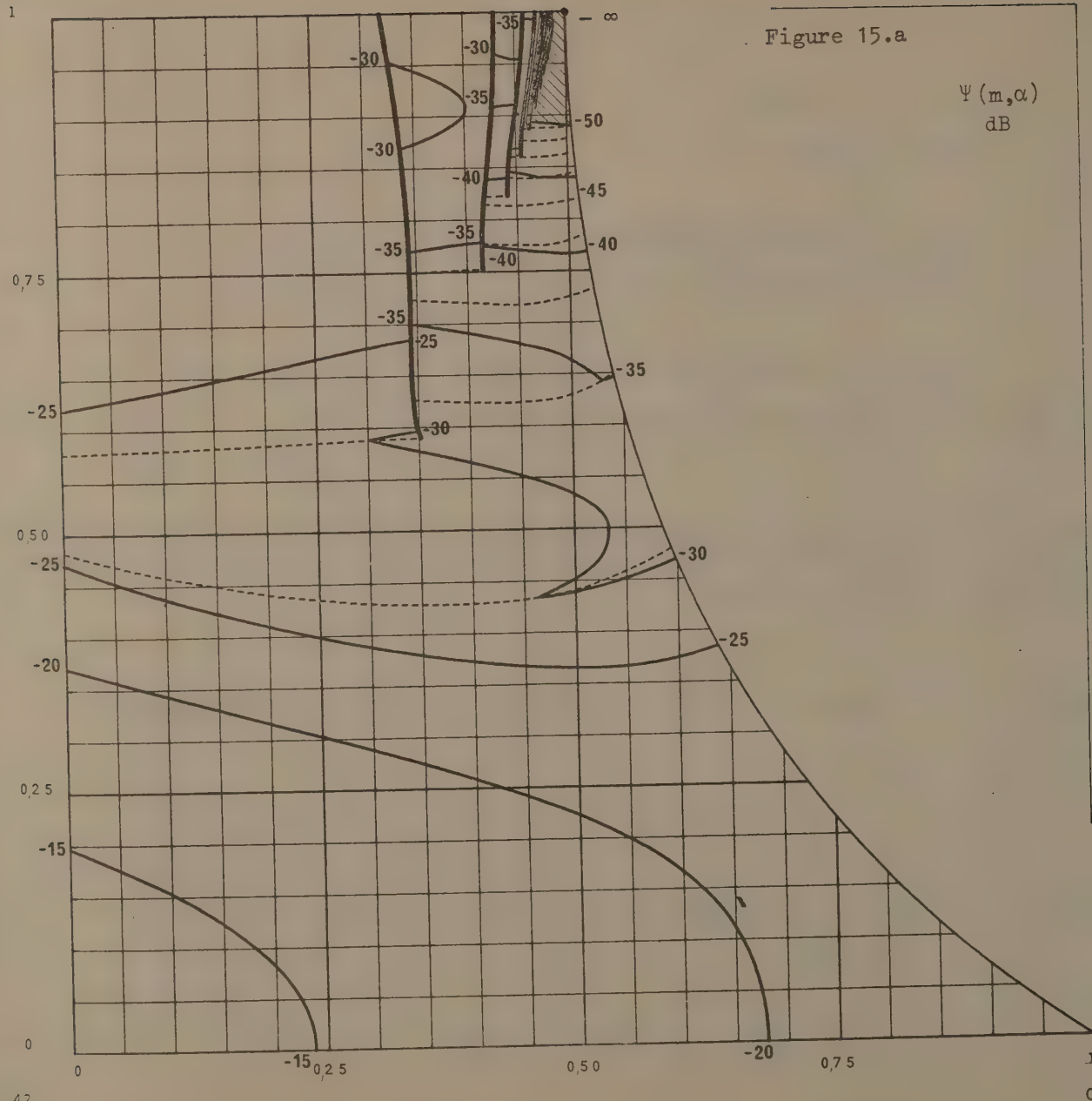


FIGURE 15 :

Illumination statique en  
cosinus carré sur piédestal  
et modulation sinusoïdale.

Figure 15.a :

Courbes équiniveaux du  
niveau  $\Psi$  de lobes secon-  
daires dans le plan  $(\alpha, m)$   
 $\left\{ \begin{array}{l} \alpha : \text{paramètre caracté-} \\ \quad \text{risant le piédestal,} \\ m : \text{taux de modulation.} \end{array} \right.$

Figures 15.b, 15.c, 15.d :  
Courbes équiniveaux de la  
largeur  $v_{3dB}$  du lobe prin-  
cipal et de l'efficacité  $H$ .

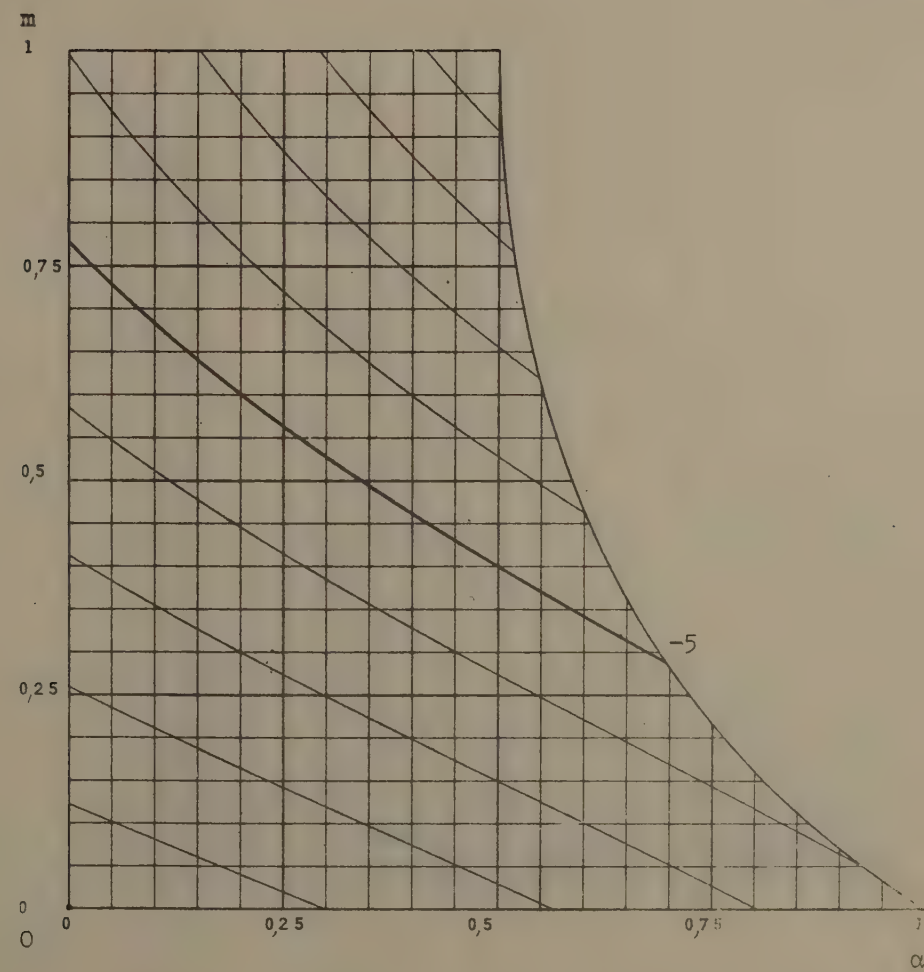
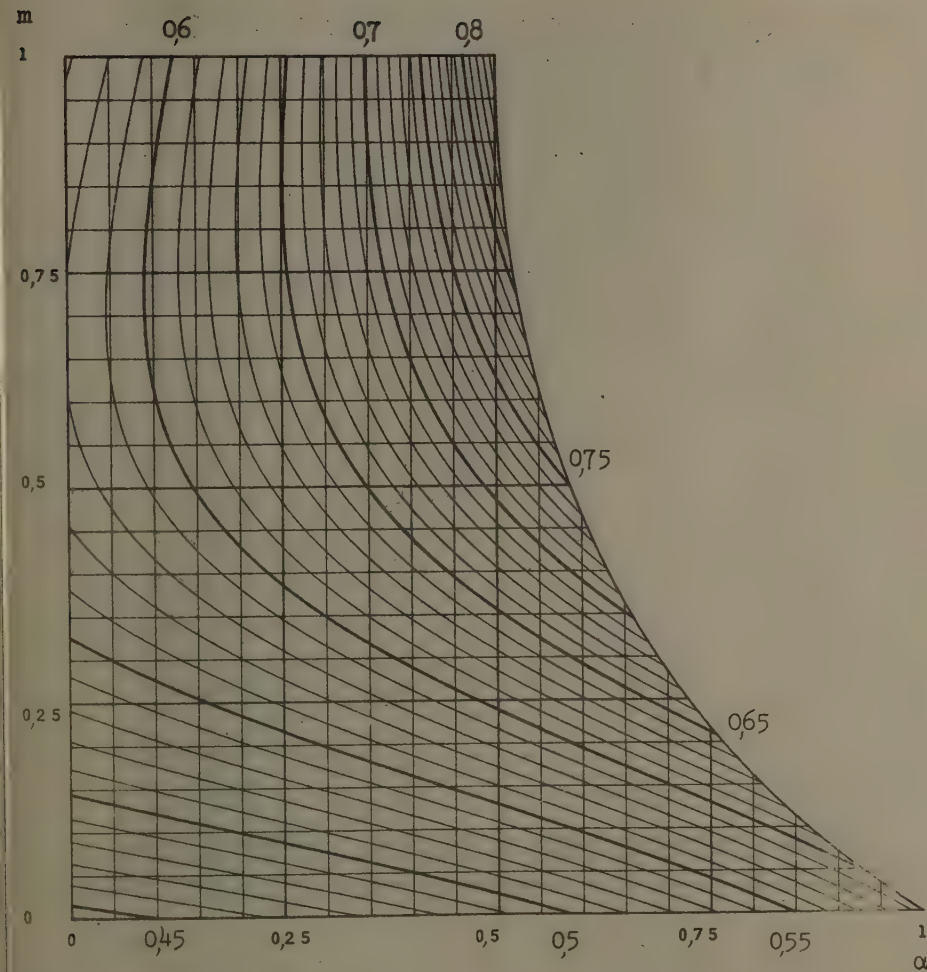
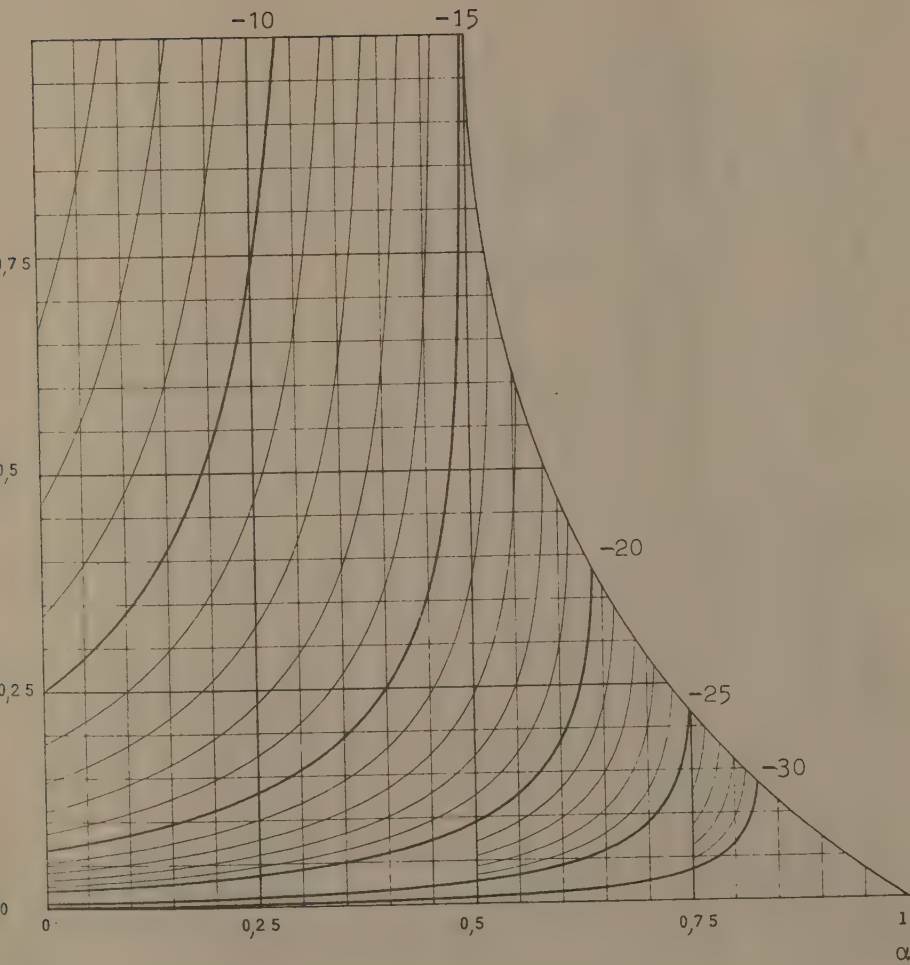
$v_{3dB}(m, \alpha)$ 
 $H(m, \alpha)$   
dB


Figure 15.b : VOIE PRINCIPALE

$$\tilde{v}_{3dB}(m, \alpha)$$



$$\tilde{H}(m, \alpha) \text{ dB}$$

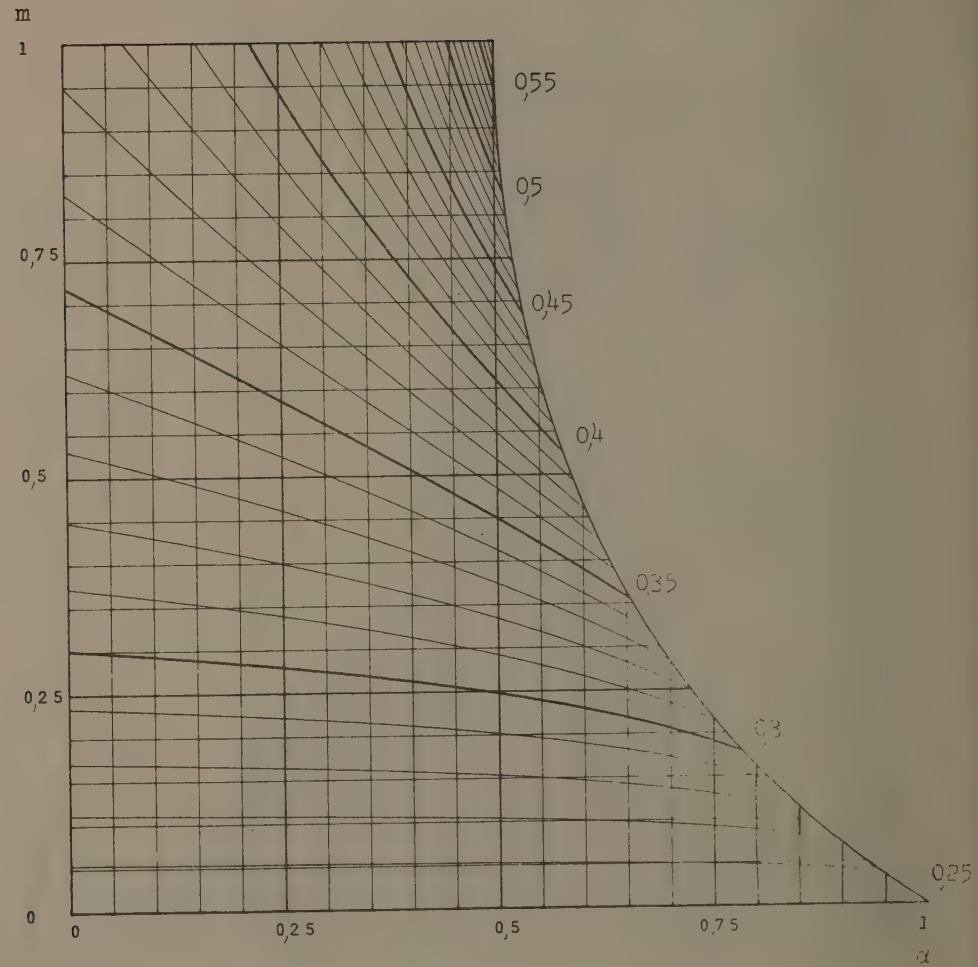


Figure 15.c : VOIE COMPLEMENTAIRE

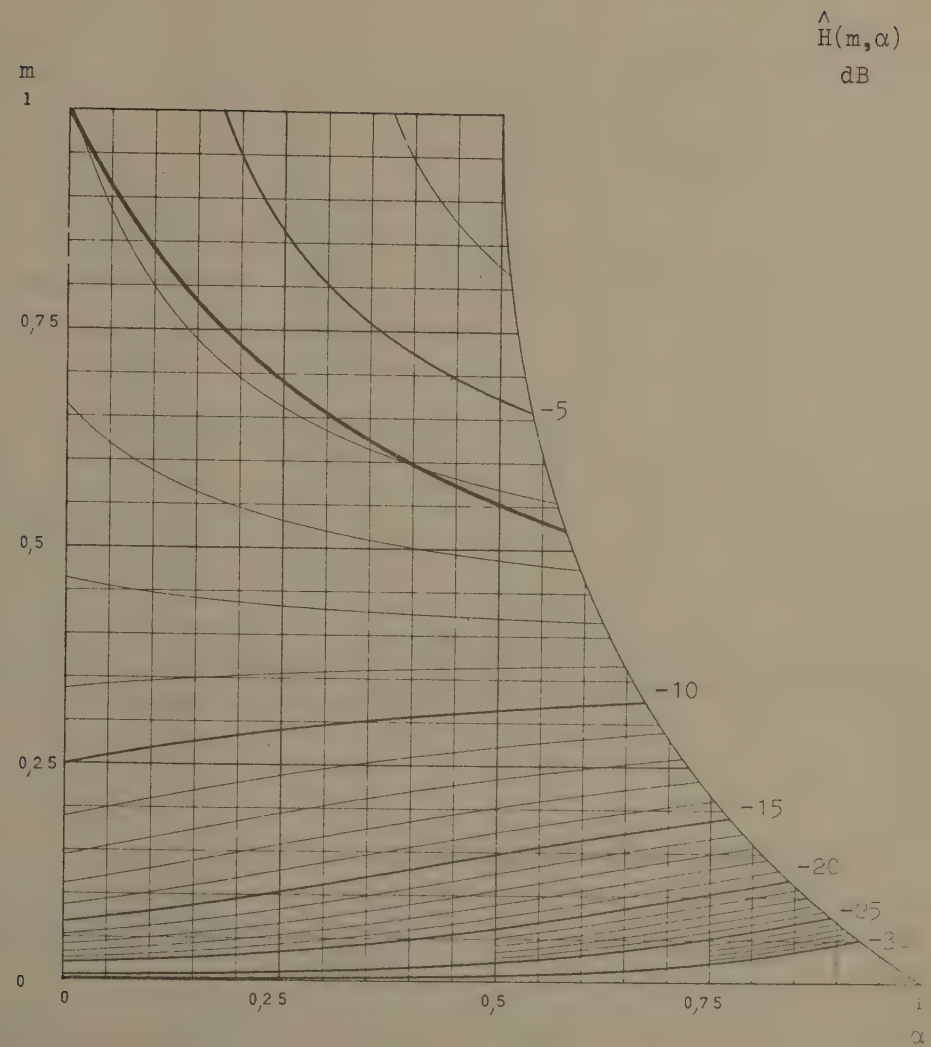
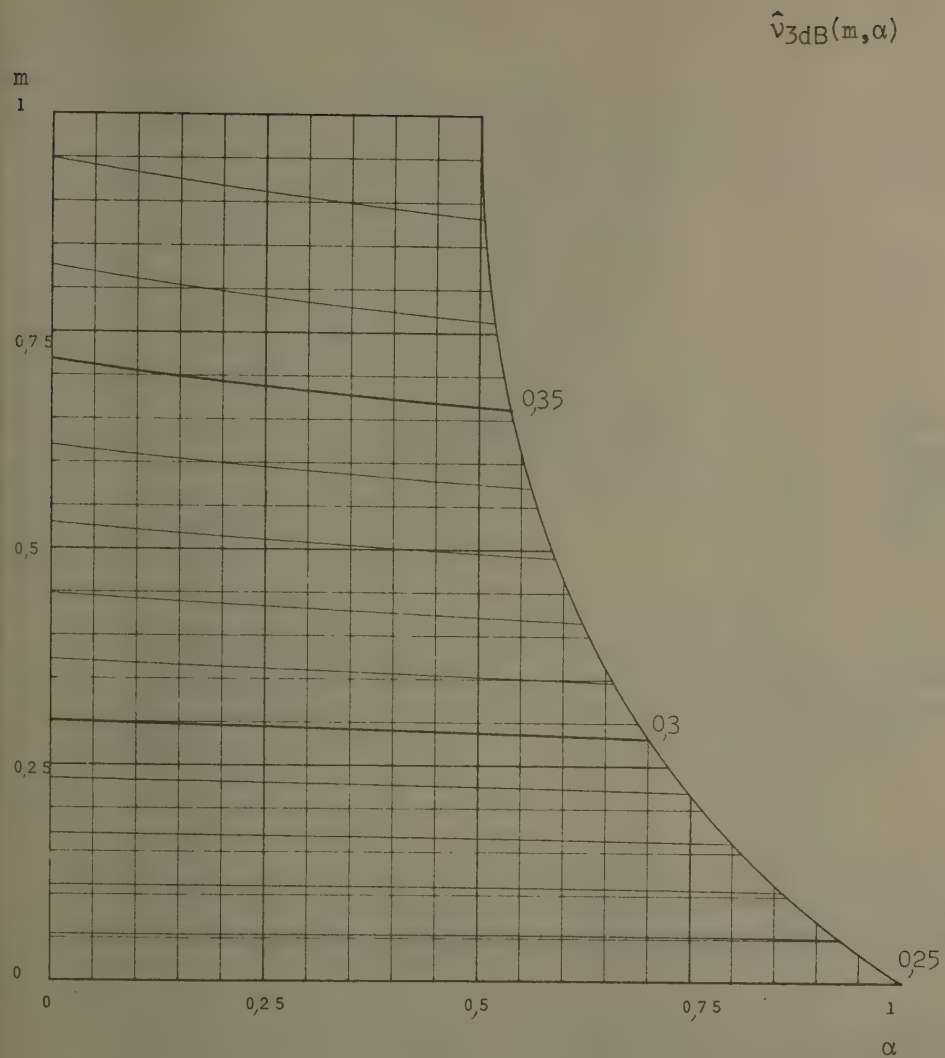


Figure 15.d : VOIE COMPLEMENTAIRE DE L'ANTENNE MODIFIEE

### 2.4.3. Modulation en dents de scie

\* Diagrammes à la fréquence incidente

$$D(u) = \frac{(1-\alpha) \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} + \frac{\alpha}{2} \cos u \left[ \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)^2} \right]}{1 - \alpha \left[ 1 - \frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m(\frac{\pi}{2})^2} \right]} ; \quad (71)$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{(1-\alpha) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} \right] + \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - \cos u \left[ \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)^2} \right] \right]}{(1-\alpha)m - \frac{2\alpha}{\pi} \left[ \frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} - \cos(m \frac{\pi}{2}) \right]} ; \quad (72)$$

$$\hat{D}(u) = \frac{(1-\alpha) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} \right] + \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - \cos u \left[ \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)^2} - 4 \sin(m \frac{\pi}{2}) \frac{\sin mu}{u} \right] \right]}{\left[ 1 - \alpha \left( 1 - 2 \sin(m \frac{\pi}{2}) \right) \right] m - \frac{2\alpha}{\pi} \left[ \frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} - \cos(m \frac{\pi}{2}) \right]} \quad (73)$$

\* Diagrammes aux fréquences latérales

$$\left| \begin{array}{l} k \text{ impair} : D^{(k)}(u) = \frac{m}{1-\alpha \left( 1 - \frac{4}{m\pi^2} \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)} \left[ (1-\alpha) \cos u \frac{\cos mu}{(k \frac{\pi}{2})^2 - (mu)^2} + \frac{\alpha}{2} \sin u \left[ \frac{\cos(m(\frac{\pi}{2} - u))}{(k \frac{\pi}{2})^2 - (m(\frac{\pi}{2} - u))^2} - \frac{\cos(m(\frac{\pi}{2} + u))}{(k \frac{\pi}{2})^2 - (m(\frac{\pi}{2} + u))^2} \right] \right] \\ \\ k \text{ pair} : D^{(k)}(u) = \frac{-m}{1-\alpha \left( 1 - \frac{4}{m\pi^2} \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)} \left[ (1-\alpha) \sin u \frac{\sin mu}{(k \frac{\pi}{2})^2 - (mu)^2} + \frac{\alpha}{2} \cos u \left[ \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{(k \frac{\pi}{2})^2 - (m(\frac{\pi}{2} - u))^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{(k \frac{\pi}{2})^2 - (m(\frac{\pi}{2} + u))^2} \right] \right] \end{array} \right. ;$$

\* Efficacités

$$\eta = \frac{\left[ 1 - \alpha \left( 1 - \frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m(\frac{\pi}{2})^2} \right) \right]^2}{(1+m)^2} \quad ; \quad (74)$$

$$\eta_1 = \frac{m \left[ 1 - \alpha \left( 1 + \frac{\frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} - \cos(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} \right) \right]^2}{2(1+m)} \quad ; \quad (75)$$

$$\hat{\eta} = \frac{m \left[ 1 - \alpha \left( 1 + \frac{\frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} - \cos(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} - 2 \sin(m \frac{\pi}{2}) \right) \right]^2}{2(1+m)} \quad . \quad (76)$$

La comparaison de la figure 16 avec la figure 13 fait ressortir une ressemblance entre les performances relatives aux deux cas de modulation correspondants ; elles ont en commun une assez large zone du plan  $(\alpha, m)$  où le niveau de lobes secondaires dans le diagramme principal est très bas, et un point où il est nul :

$$\left| \begin{array}{l} m = 1 \\ \alpha = 1/2 \\ \psi = -\infty \end{array} \right.$$

La propriété remarquable de ce cas particulier sera mise en valeur au chapitre suivant : non seulement le diagramme principal  $D(u)$  n'a pas de lobes parasites, mais le diagramme complémentaire  $\hat{D}(u)$  ne comporte qu'un lobe positif qui est son lobe central et reste négatif en dehors ; ceci nous conduira à envisager un traitement réalisant le produit des deux diagrammes et une discrimination de signe.

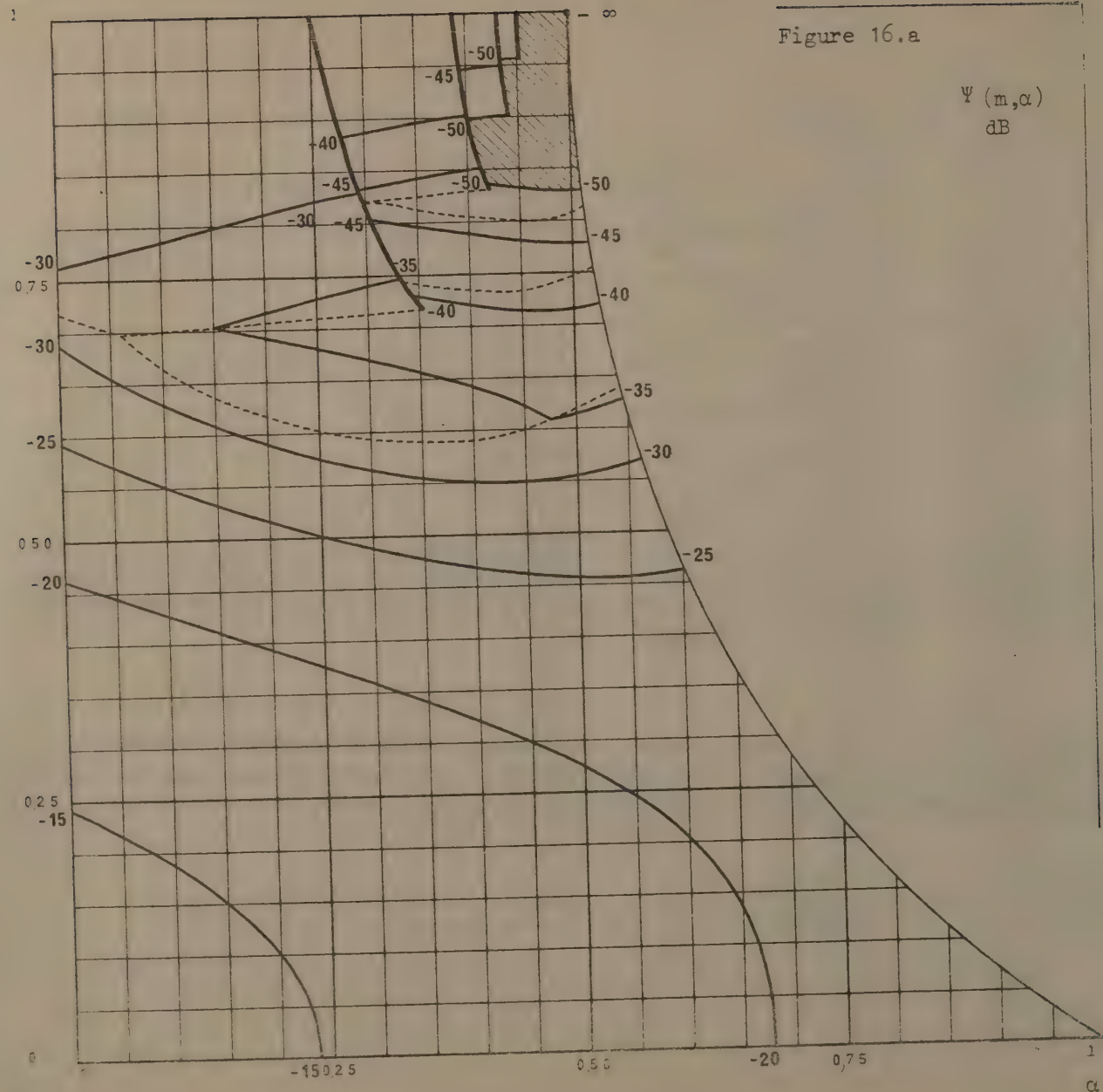


FIGURE 16 :

Illumination statique en cosinus carré sur piédestal et modulation en dents de scie.

Figure 16.a :  
Courbes équiniveaux du niveau  $\Psi$  de lobes secondaires dans le plan  $(\alpha, m)$   
 $\left\{ \begin{array}{l} \alpha : \text{paramètre caractérisant le piédestal,} \\ m : \text{taux de modulation.} \end{array} \right.$

Figures 16.b, 16.c, 16.d :  
Courbes équiniveaux de la largeur  $\nu_{3dB}$  du lobe principal et de l'efficacité H.

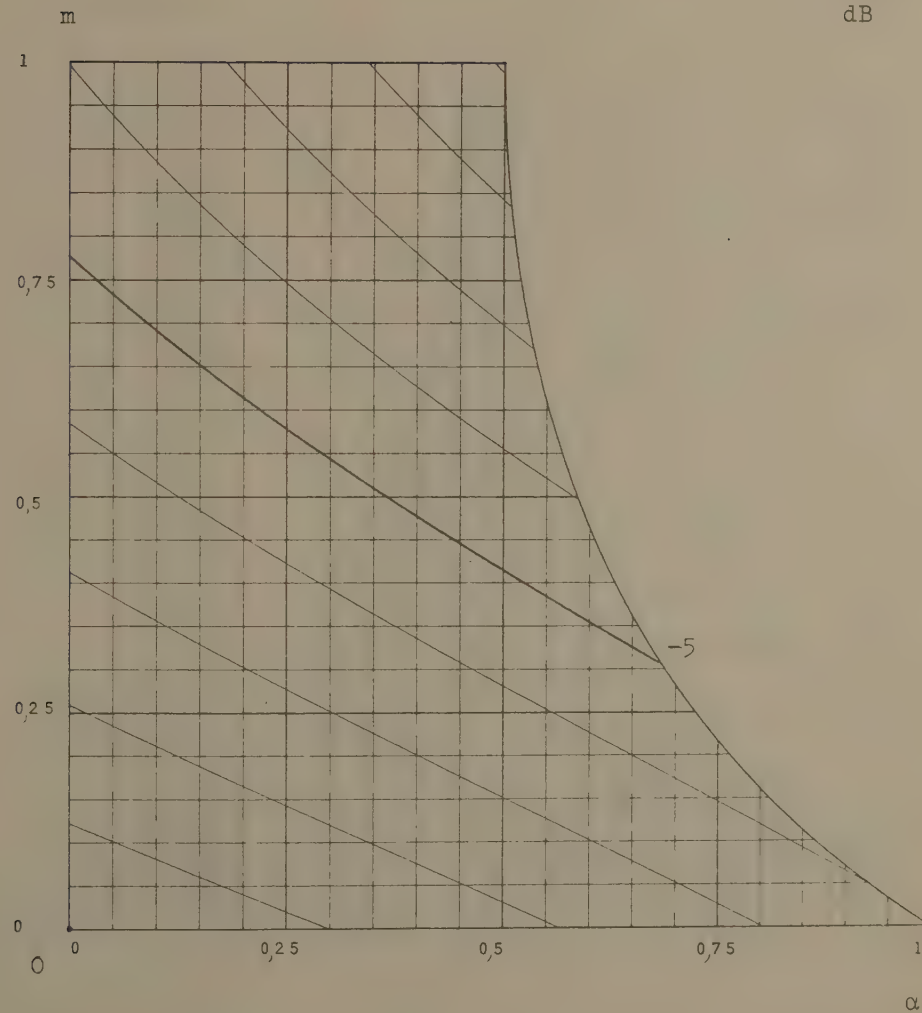
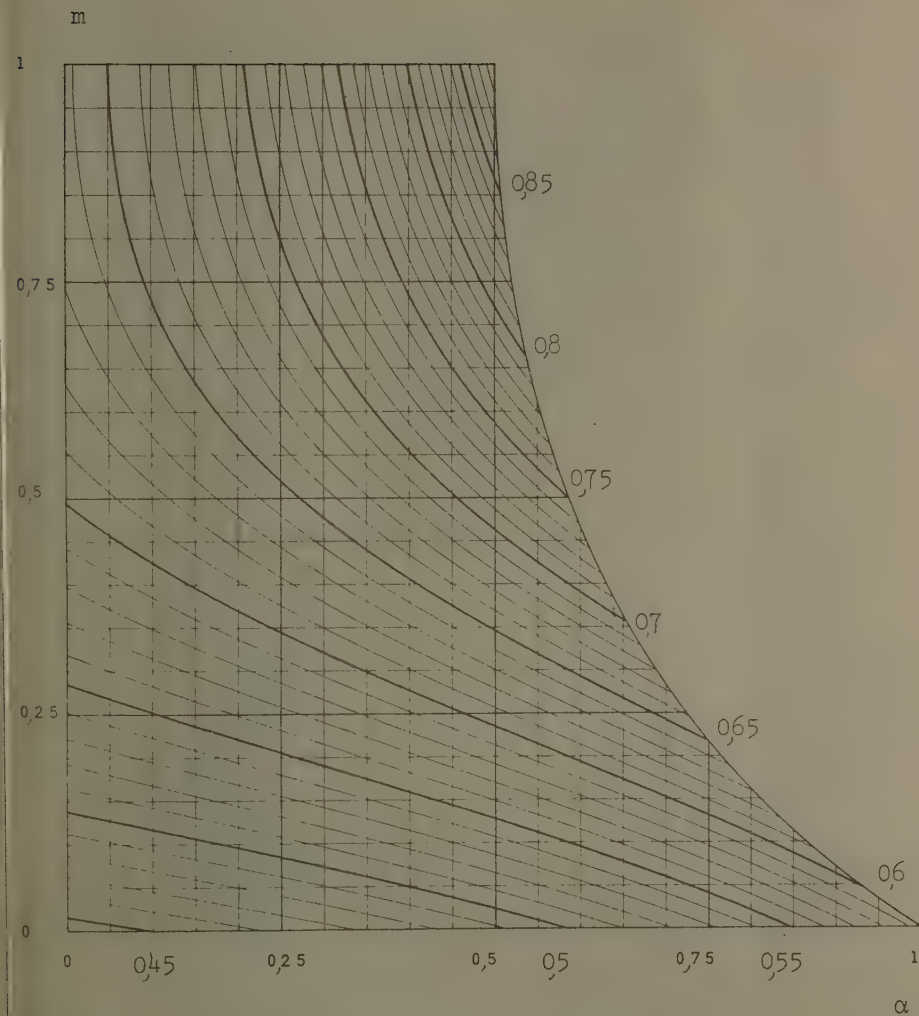
$v_{3dB}(m, \alpha)$  $H(m, \alpha)$   
dB

Figure 16.b : VOIE PRINCIPALE

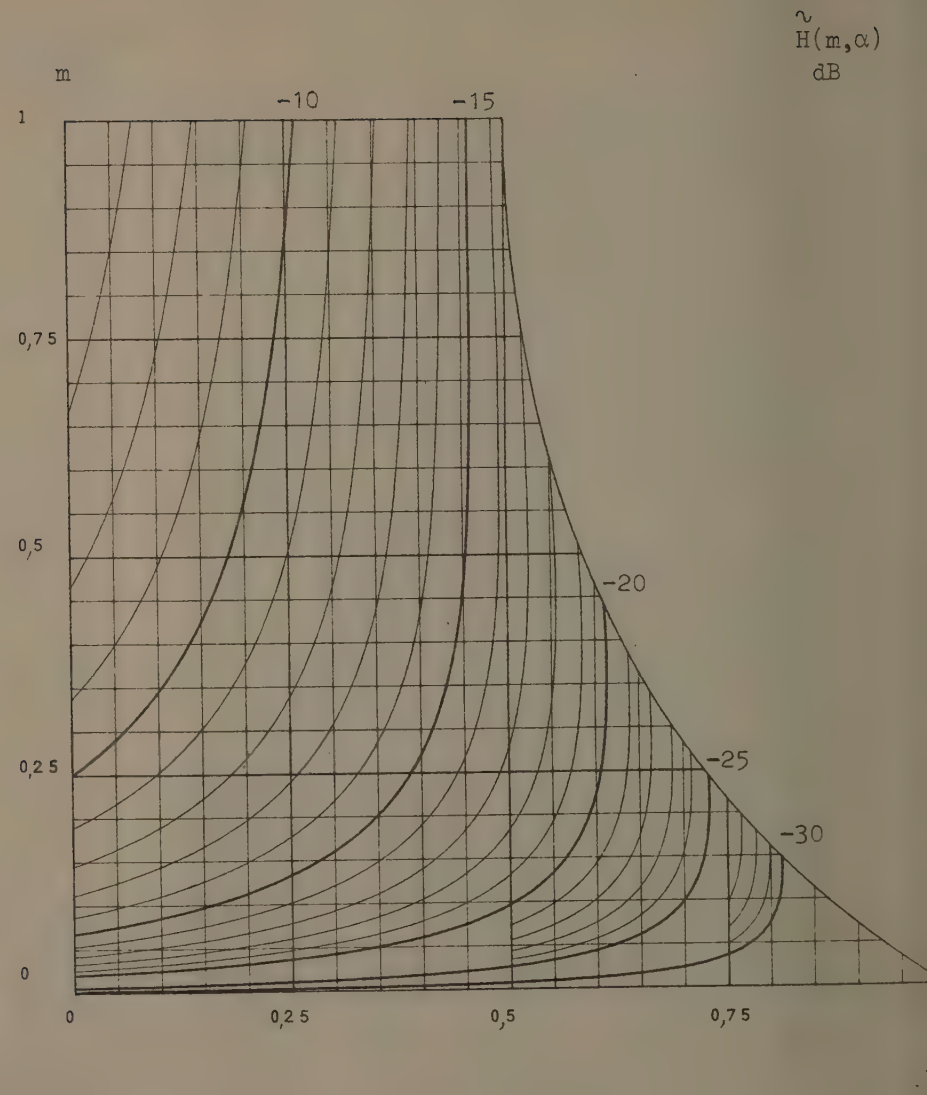
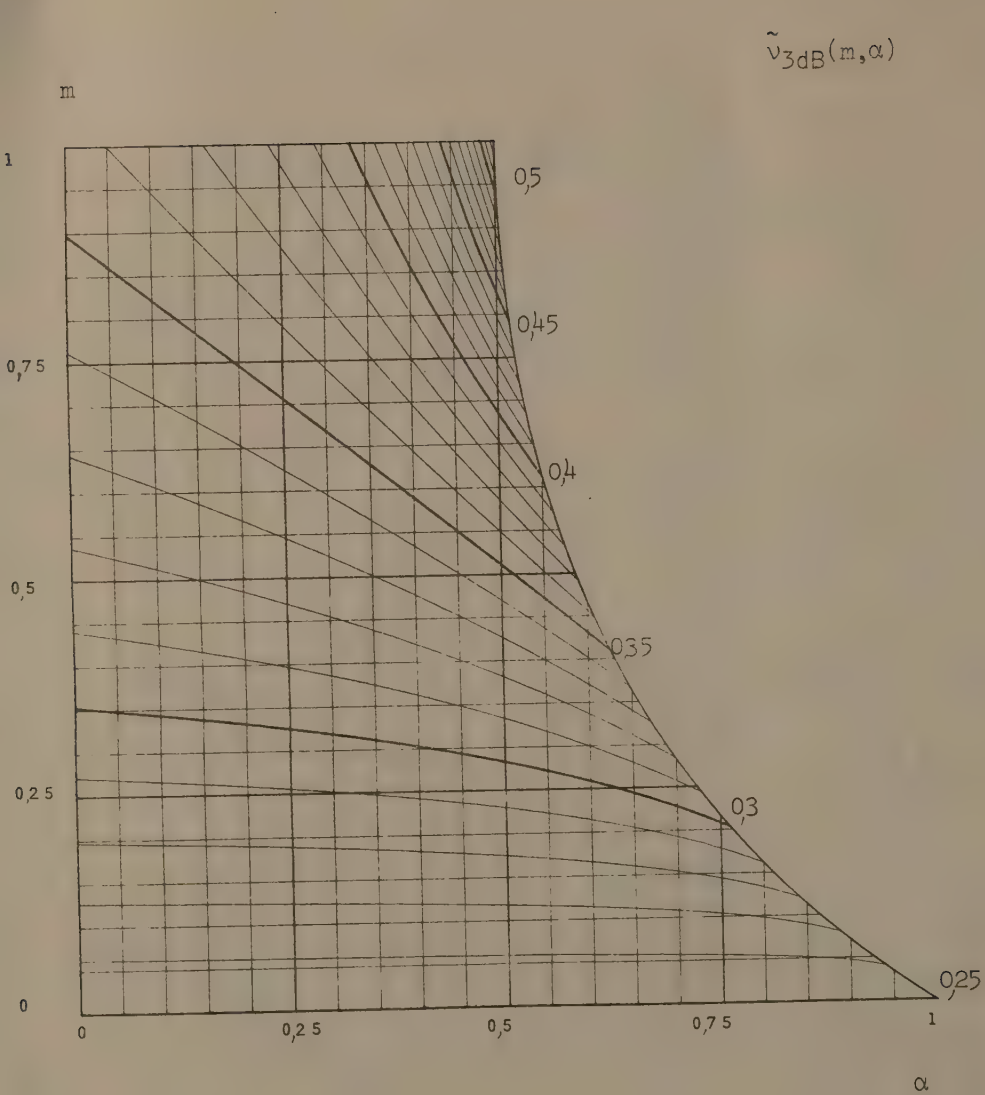


Figure 16.c : VOIE COMPLEMENTAIRE

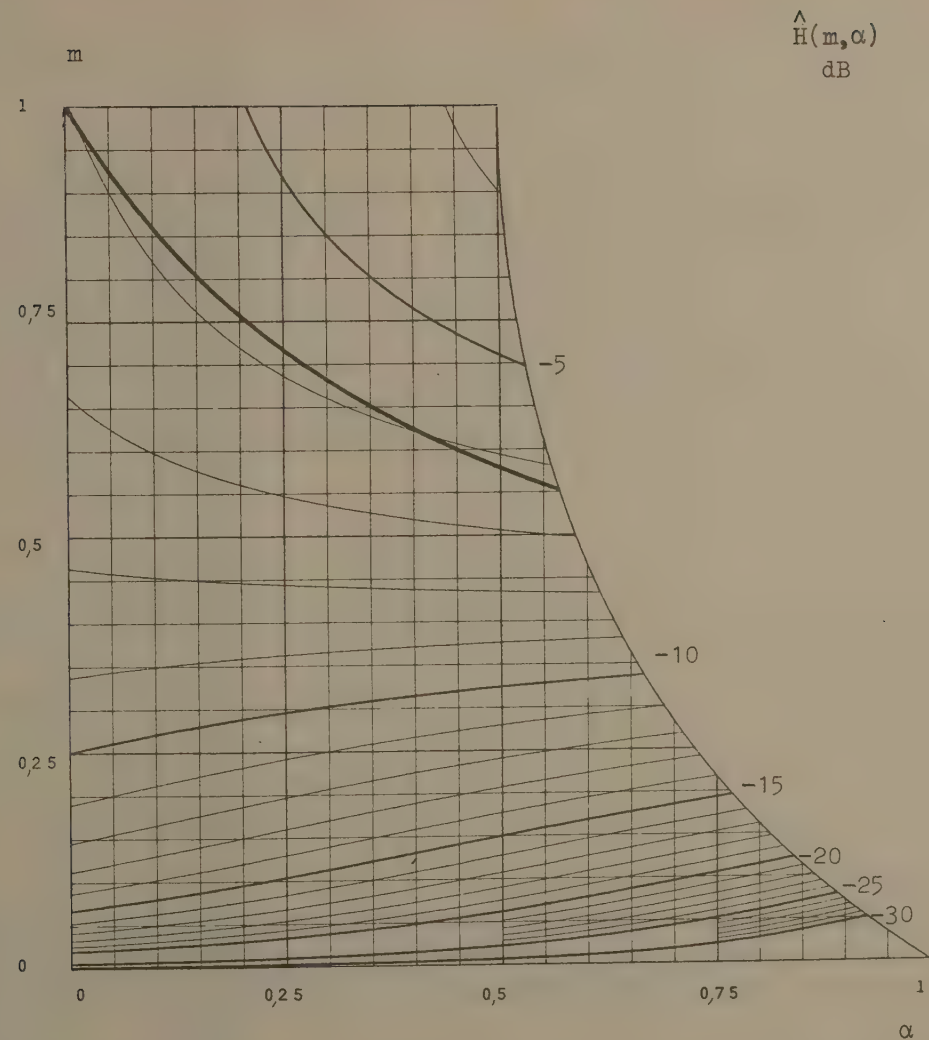
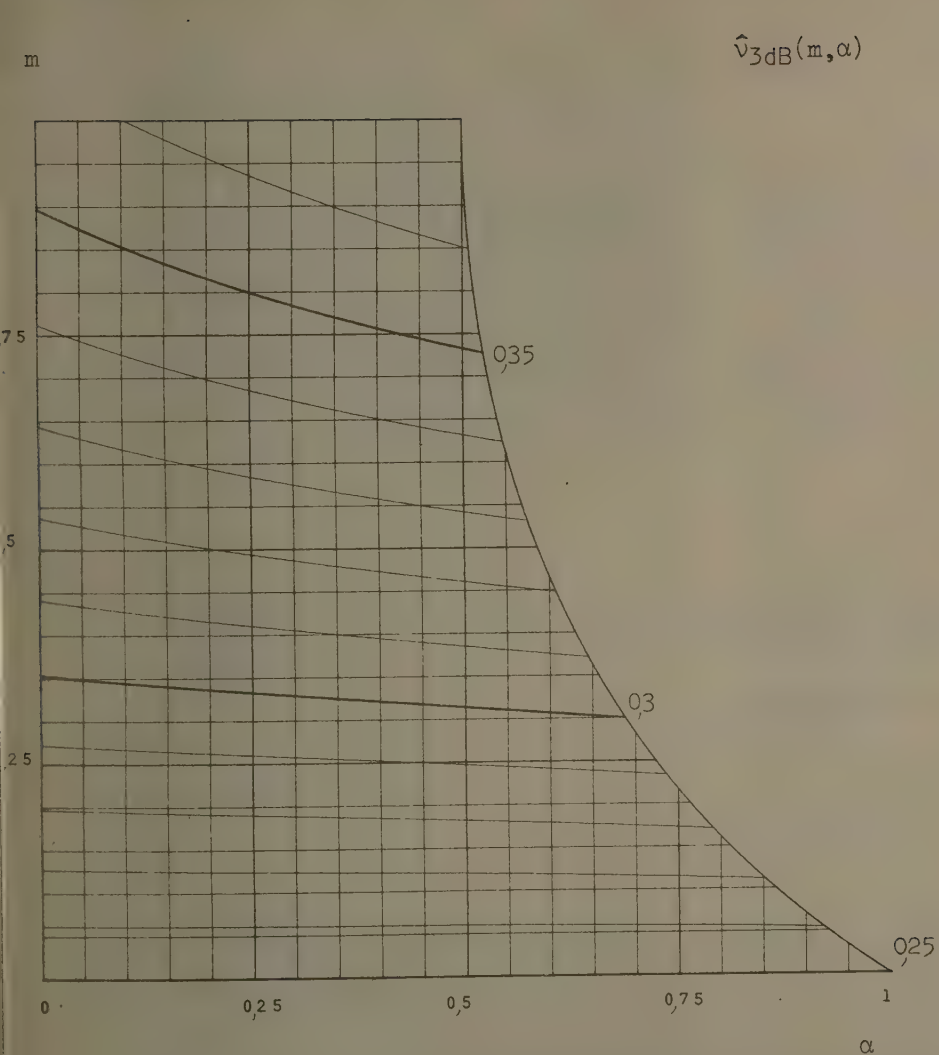


Figure 16.d : VOIE COMPLEMENTAIRE DE L'ANTENNE MODIFIEE

CAS PARTICULIERS

## 2.5. CAS PARTICULIERS : ETUDE A UN PARAMETRE

Il ressort des paragraphes précédents qu'en ce qui concerne l'ambiguïté angulaire, les meilleures performances sont presque toujours obtenues pour une illumination statique sans piédestal ( $\alpha$  maximal). Il est donc intéressant de préciser ces cas particuliers, en y ajoutant celui de l'illumination statique uniforme ( $\alpha = 0$ ) en raison de son intérêt pratique. Les trois lois d'illumination correspondantes ont été données par les formules (32), (33) et (34) ; les deux premières sont déduites de (22) et (23) en affectant à  $\alpha$  sa valeur maximale en fonction de  $m$ , et la troisième correspond à  $\alpha = 0$ .

Les mêmes grandeurs caractéristiques que précédemment seront calculées : niveau  $\Psi$  de lobes secondaires, largeur  $v_{3dB}$  de lobe principal et efficacité  $H$ . En outre, il est intéressant de remarquer que pour des lois d'illumination et de modulation données, il est toujours possible d'obtenir un diagramme principal sans lobes secondaires dans sa partie visible ( $|v| \leq L/\lambda$ ), à condition de limiter la longueur d'ouverture à une certaine valeur maximale  $L_M$  ; toutes les fois que cette valeur dépassera dix longueurs d'ondes ( $L_M > 10 \lambda$ ), nous donnerons sous forme de tableau les valeurs de  $L_M/\lambda$  en fonction du taux de modulation  $m$ .

On peut remarquer que, dans le cas d'une illumination statique rectangulaire, l'antenne modifiée est par définition identique à l'antenne elle-même ; les expressions des deux signaux utiles sont dans ce cas particulièrement simples :

$$\begin{array}{lcl} \text{signal principal} & : & s_0(u) = \frac{1}{1+m} \frac{\sin u}{u} \Lambda(mu) \quad ; \\ \text{signal complémentaire} & : & \tilde{s}_0(u) = \frac{\sin((1+m)u)}{(1+m)u} - s_0(u) \quad . \end{array}$$

Les résultats complets relatifs aux neuf cas correspondant aux trois lois d'illumination et, pour chacune d'elles, aux trois lois de modulation, sont groupés sur les pages suivantes ; on y trouvera les courbes représentatives des grandeurs étudiées, les formules des diagrammes et des efficacités, les valeurs des différentes grandeurs caractéristiques au point où le niveau de lobes secondaires  $\Psi$  est minimal, et éventuellement les tableaux de valeurs de  $L_M/\lambda$  en fonction de  $m$ .

Ensuite, à titre d'exemples, les figures 26 et 27 présenteront en perspective l'évolution en fonction du taux de modulation  $m$  des diagrammes respectivement relatifs à la voie principale et à la voie complémentaire, et exprimés en fonction de la variable angulaire normée  $v$ , dans deux cas particuliers.

FIGURE 17 : Illumination statique rectangulaire et modulation en créneaux  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale      - - - Voie complémentaire

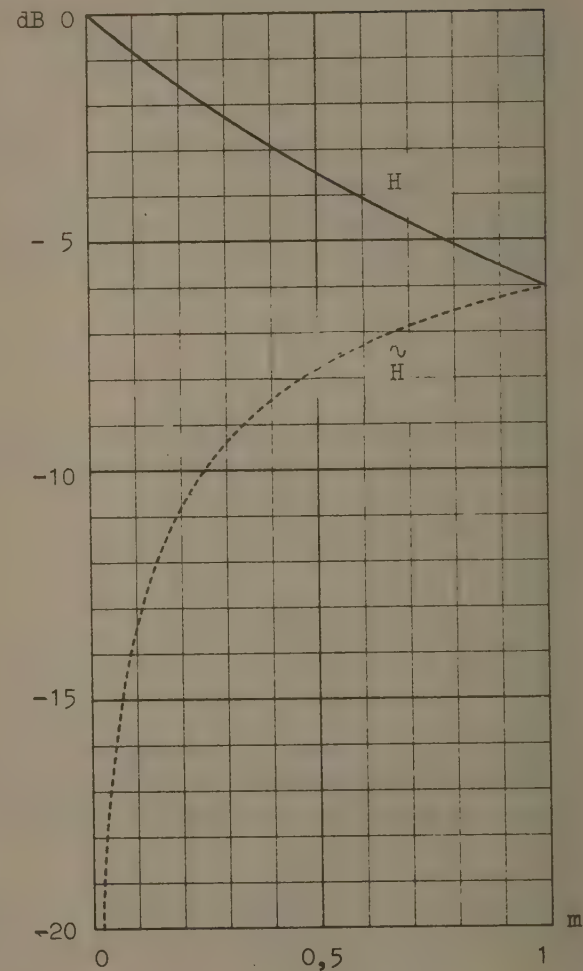
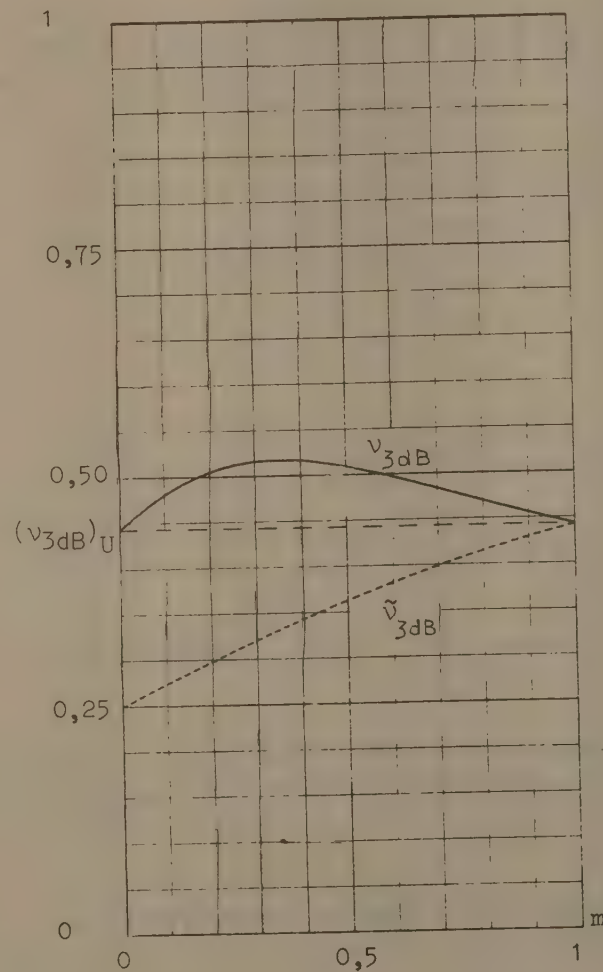
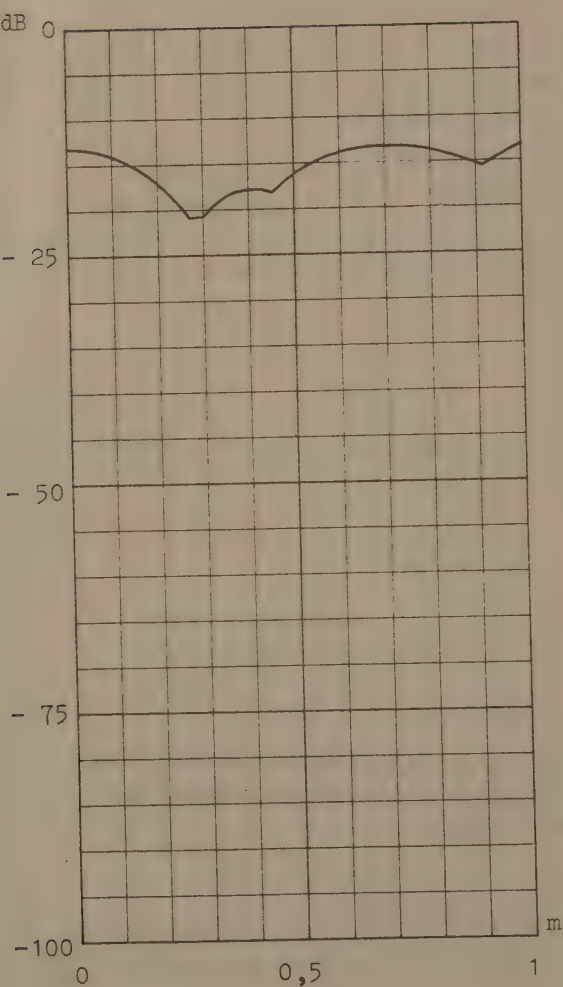


Figure 17.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 17.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 17.c :  
Efficacité.

## DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\sin u}{u} \cos mu$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin mu}{mu} \cos v$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{1}{(1 + m)^2}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m}{2(1 + m)}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

$$\begin{array}{l} m = 0,270 \\ \Psi = -20,95 \text{ dB} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} v_{3\text{dB}} = 0,514 \\ \tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,313 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} H = -2,08 \text{ dB} \\ \tilde{H} = -9,73 \text{ dB} \end{array}$$

FIGURE 18 : Illumination statique rectangulaire et modulation sinusoïdale  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale

- - - Voie complémentaire

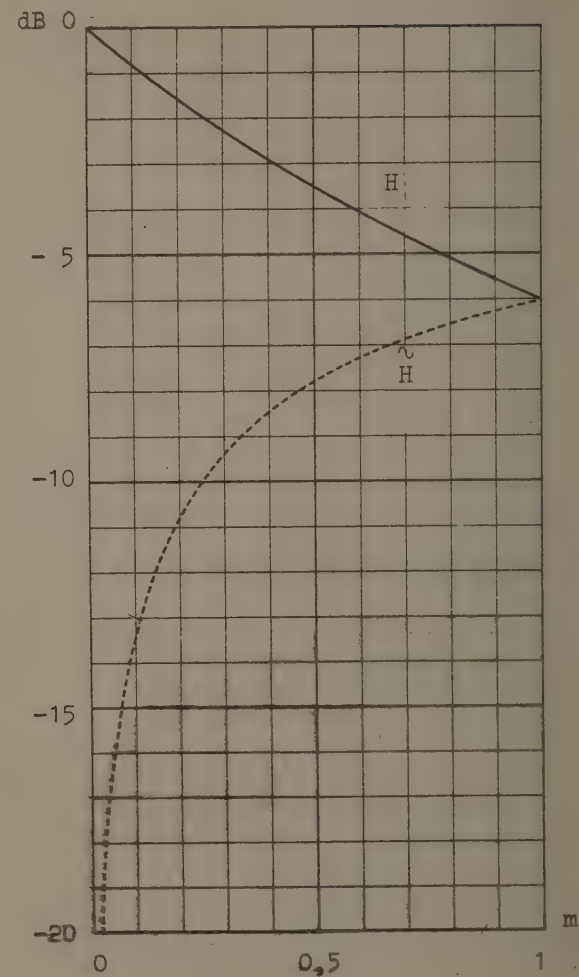
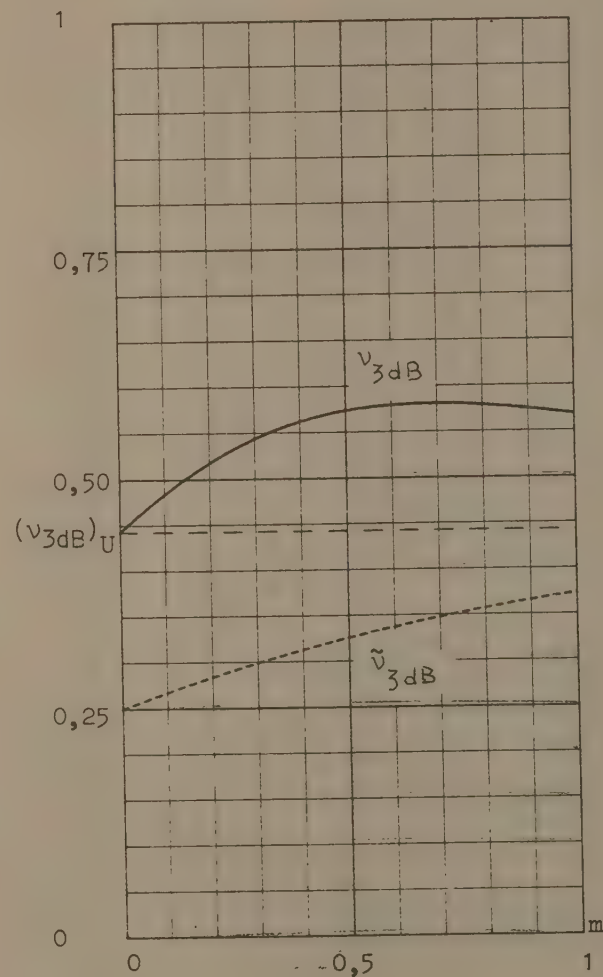
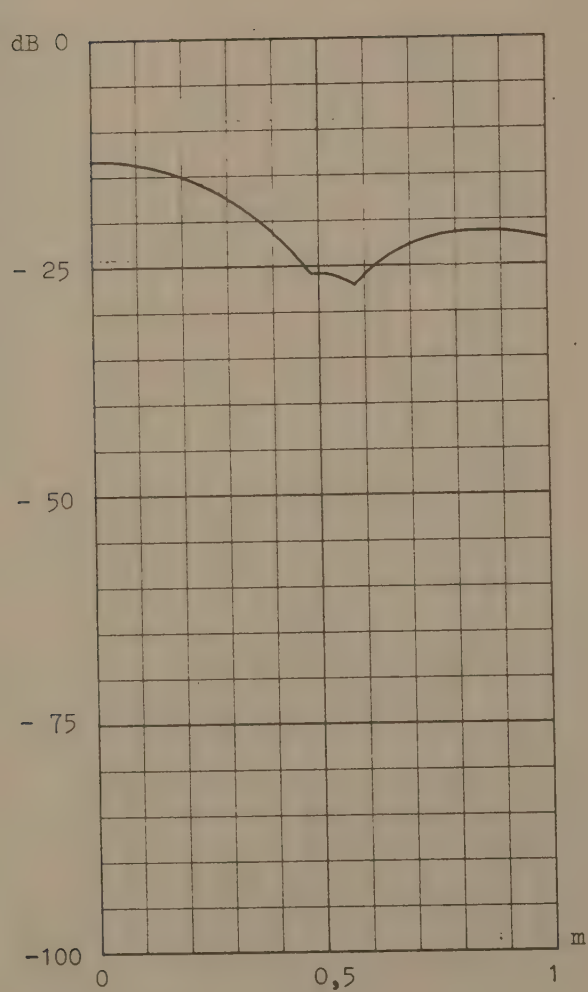


Figure 18.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 18.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 18.c :  
Efficacité.

## DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\sin u}{u} J_0(mu)$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin((1+m)u) - \sin u J_0(mu)}{mu}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{1}{(1+m)^2}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m}{2(1+m)}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

$$\begin{array}{|l} m = 0,578 \\ \Psi = -27,05 \text{ dB} \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} v_{3\text{dB}} = 0,578 \\ \tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,333 \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} H = -3,96 \text{ dB} \\ \tilde{H} = -7,37 \text{ dB} \end{array}$$

FIGURE 19 : Illumination statique rectangulaire et modulation en dents de scie  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale

- - - Voie complémentaire

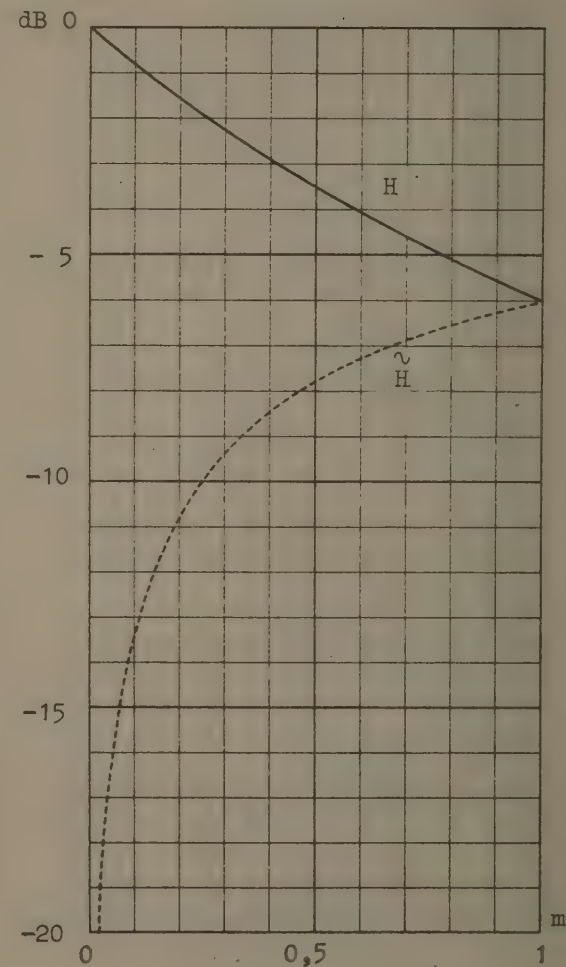
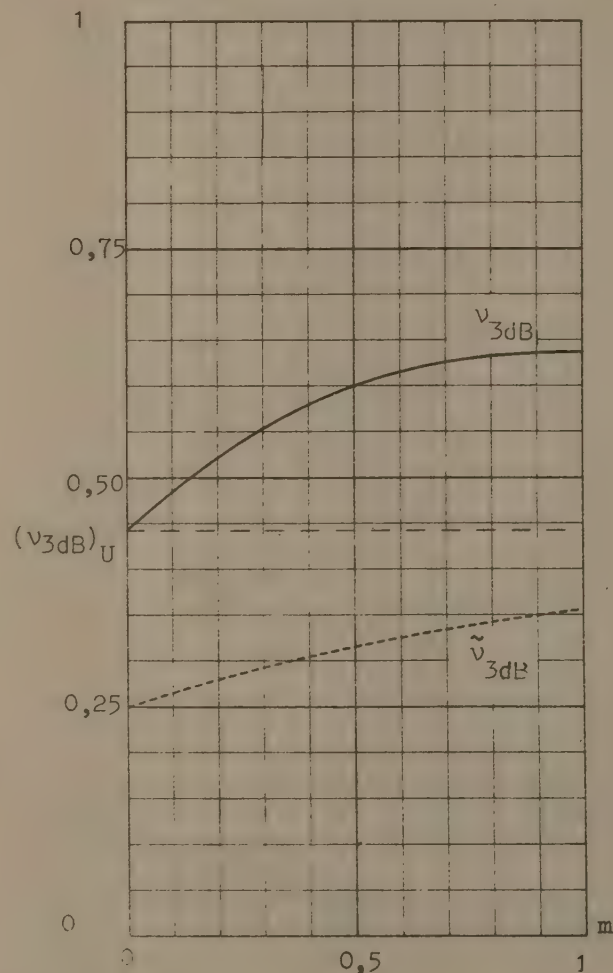
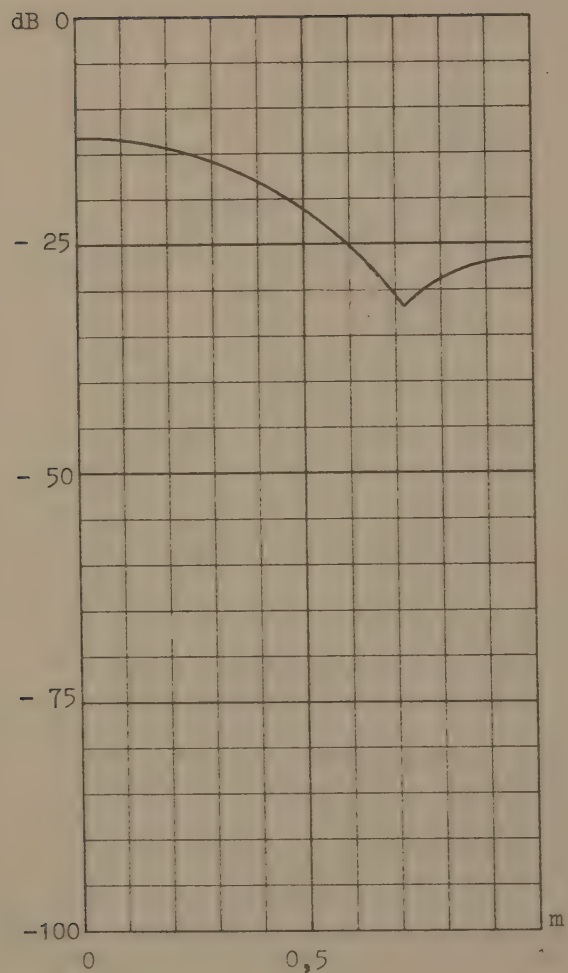


Figure 19.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 19.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 19.c :  
Efficacité.

## DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin((1+m)u) - \sin u \frac{\sin mu}{mu}}{mu}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{1}{(1+m)^2}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m}{2(1+m)}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

$$\left| \begin{array}{l} m = 0,717 \\ \Psi = -31,86 \text{ dB} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} v_{3\text{dB}} = 0,626 \\ \tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,334 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} H = -4,70 \text{ dB} \\ \tilde{H} = -6,80 \text{ dB} \end{array} \right.$$

FIGURE 20 : Illumination statique en cosinus carré et modulation en créneaux  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale    - - - Voie complémentaire    . . . Voie complémentaire de l'antenne modifiée

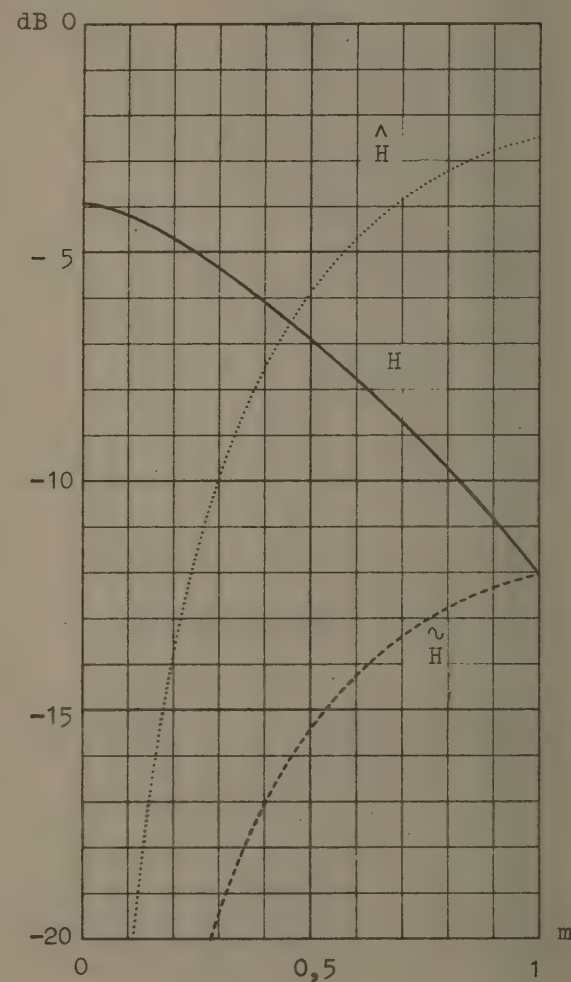
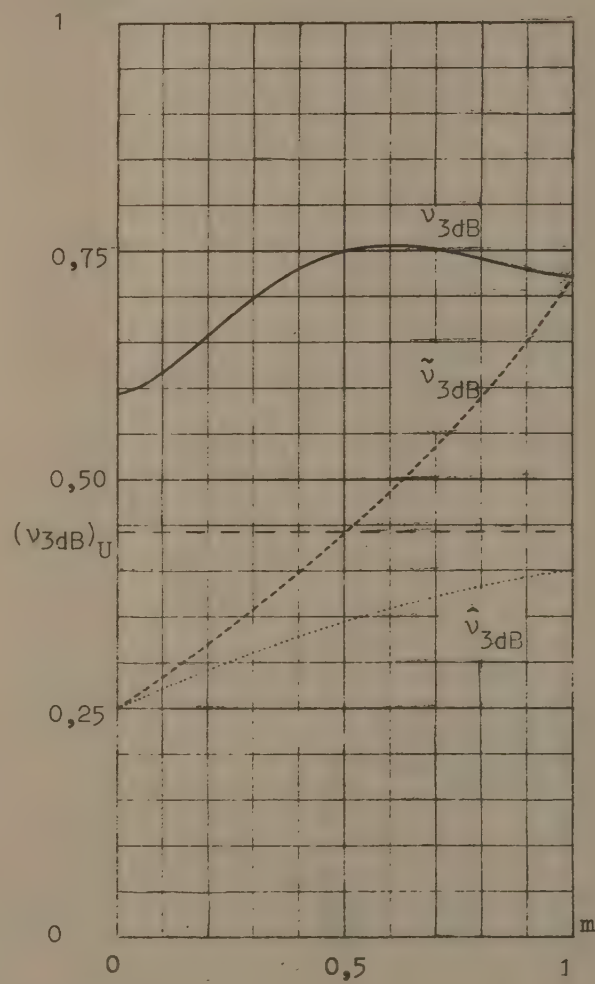
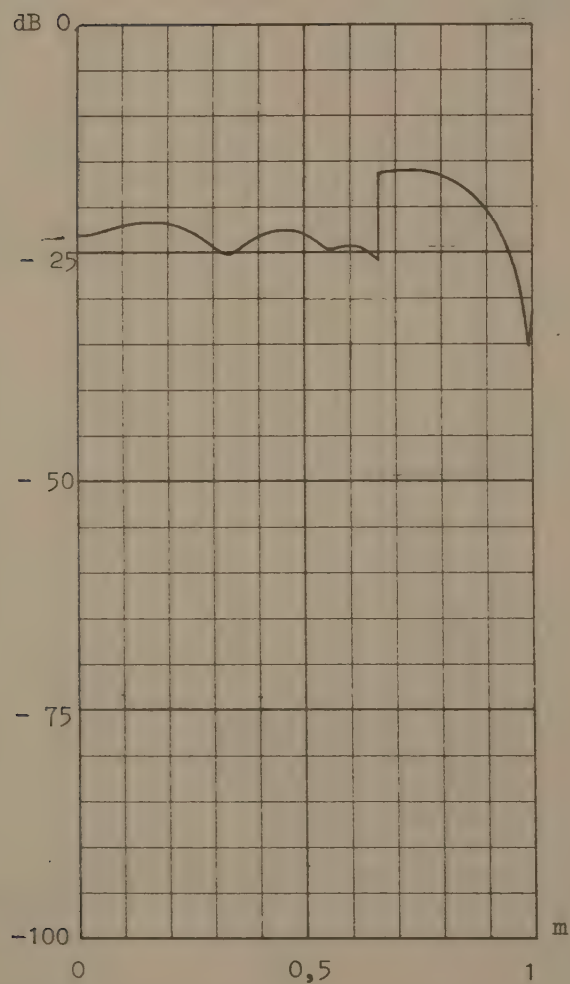


Figure 20.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 20.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 20.c :  
Efficacité.

# DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \frac{\sin u}{u} \cos mu + \frac{\cos u}{2} \left\{ \frac{\cos(m(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\cos(m(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} \right\}}{\sin(m \frac{\pi}{2}) + \frac{\cos(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin mu}{mu} \cos u + \frac{\sin u}{2 \sin(m \frac{\pi}{2})} \left\{ \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)} - \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)} \right\}$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\sin mu}{mu} \cos u - \frac{\sin u}{6 \sin(m \frac{\pi}{2})} \left\{ \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)} - \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)} \right\}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{\left( \sin(m \frac{\pi}{2}) + \frac{\cos(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right)^2}{(1+m)^2 \left( 1 + \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)^2}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m \sin^2(m \frac{\pi}{2})}{2(1+m) \left( 1 + \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)^2}$$

$$\hat{\eta} = \frac{9 m \sin^2(m \frac{\pi}{2})}{2(1+m) \left( 1 + \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)^2}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

|          |                     |                     |         |
|----------|---------------------|---------------------|---------|
| $m =$    | $0,991$             | $v_{3dB} =$         | $0,720$ |
| $\Psi =$ | $- 35,2 \text{ dB}$ | $\tilde{v}_{3dB} =$ | $0,714$ |
|          |                     | $\hat{v}_{3dB} =$   | $0,400$ |

|               |                      |
|---------------|----------------------|
| $H =$         | $- 11,92 \text{ dB}$ |
| $\tilde{H} =$ | $- 12,06 \text{ dB}$ |
| $\hat{H} =$   | $- 2,52 \text{ dB}$  |

FIGURE 21 : Illumination statique en cosinus carré et modulation sinusoïdale  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale    - - - Voie complémentaire    . . . Voie complémentaire de l'antenne modifiée

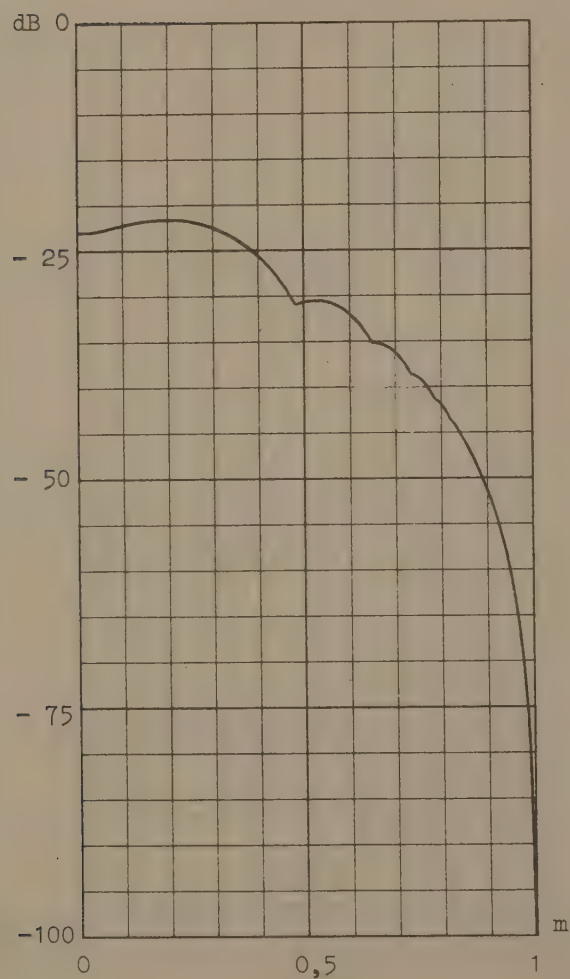


Figure 21.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

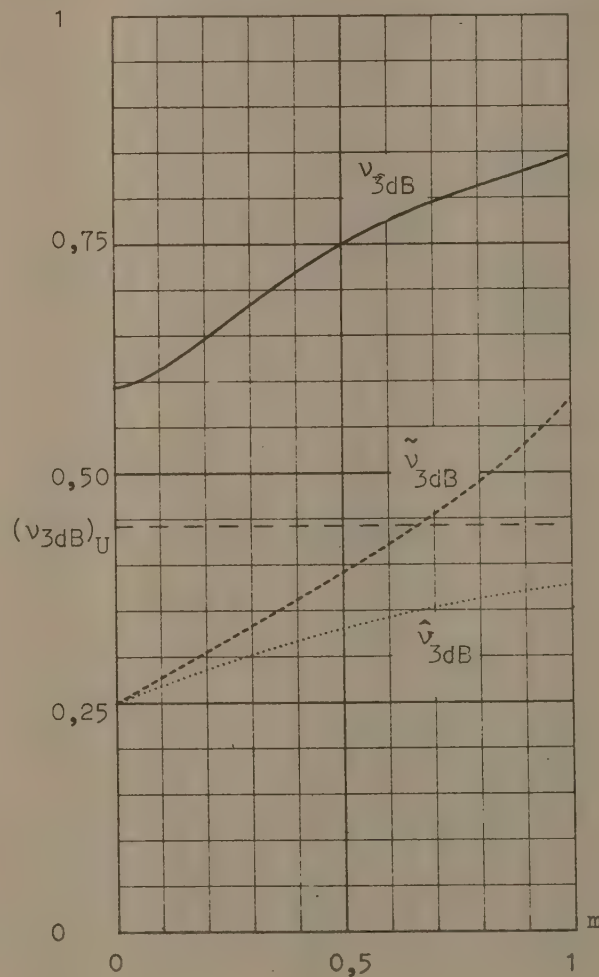


Figure 21.b :  
Largeur du lobe principal.

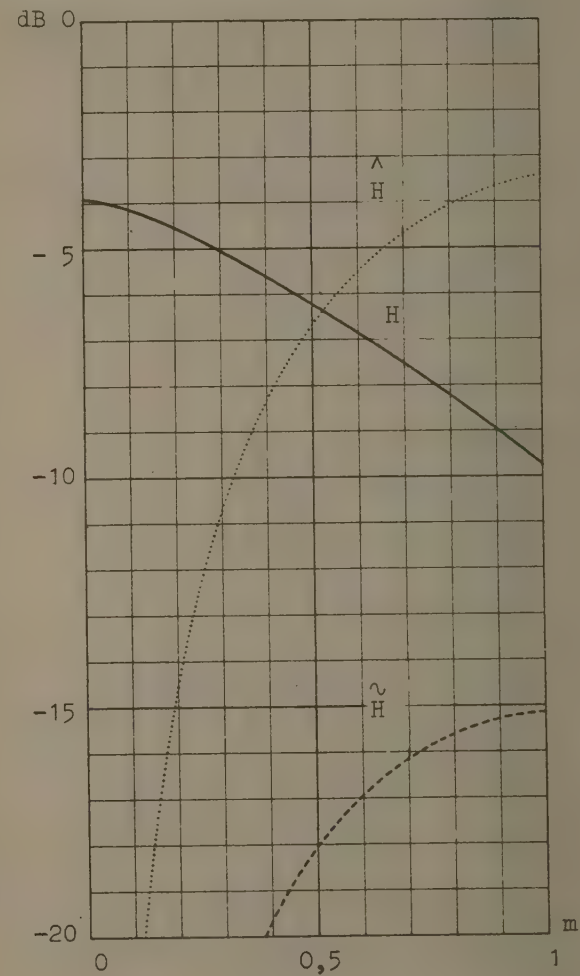


Figure 21.c :  
Efficacité.

# DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \frac{\sin u}{u} J_0(mu) + \frac{\cos u}{2} \left[ \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} \right]}{\sin(m \frac{\pi}{2}) + \frac{J_0(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} J_0(mu) \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - \cos u \left[ \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} \right] \right]}{m \sin(m \frac{\pi}{2}) - \frac{J_0(m \frac{\pi}{2}) - \cos(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}}$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} J_0(mu) \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - \cos u \left[ \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{J_0(m(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - 4 \sin(m \frac{\pi}{2}) \frac{\sin mu}{u} \right] \right]}{3 m \sin(m \frac{\pi}{2}) - \frac{J_0(m \frac{\pi}{2}) - \cos(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{\left[ \sin(m \frac{\pi}{2}) + \frac{J_0(m \frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right]^2}{(1+m)^2 \left( 1 + \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)^2}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m \left[ \sin(m \frac{\pi}{2}) - \frac{J_0(m \frac{\pi}{2}) - \cos(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} \right]^2}{2(1+m) \left( 1 + \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)^2}$$

$$\hat{\eta} = \frac{m \left[ 3 \sin(m \frac{\pi}{2}) - \frac{J_0(m \frac{\pi}{2}) - \cos(m \frac{\pi}{2})}{m \frac{\pi}{2}} \right]^2}{2(1+m) \left( 1 + \sin(m \frac{\pi}{2}) \right)^2}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

|                                            |                                                                                                |                                                                                           |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| $m = 1$<br><br>$\Psi = -\infty \text{ dB}$ | $v_{3\text{dB}} = 0,847$<br>$\tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,581$<br>$\hat{v}_{3\text{dB}} = 0,378$ | $H = -9,76 \text{ dB}$<br>$\tilde{H} = -15,15 \text{ dB}$<br>$\hat{H} = -3,42 \text{ dB}$ |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|

## LONGUEUR D'OUVERTURE MAXIMALE POUR UN DIAGRAMME PRINCIPAL SANS LOBES SECONDAIRES

| m             | 0,87 | 0,88 | 0,89 | 0,90 | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,94 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,99  | 1        |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|----------|
| $L_M/\lambda$ | 10,8 | 11,8 | 12,9 | 14,2 | 15,9 | 18,0 | 20,7 | 24,2 | 29,3 | 36,7 | 49,3 | 74,2 | 149,2 | $\infty$ |

FIGURE 22 : Illumination statique en cosinus carré et modulation en dents de scie  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale    - - - Voie complémentaire    . . . Voie complémentaire de l'antenne modifiée

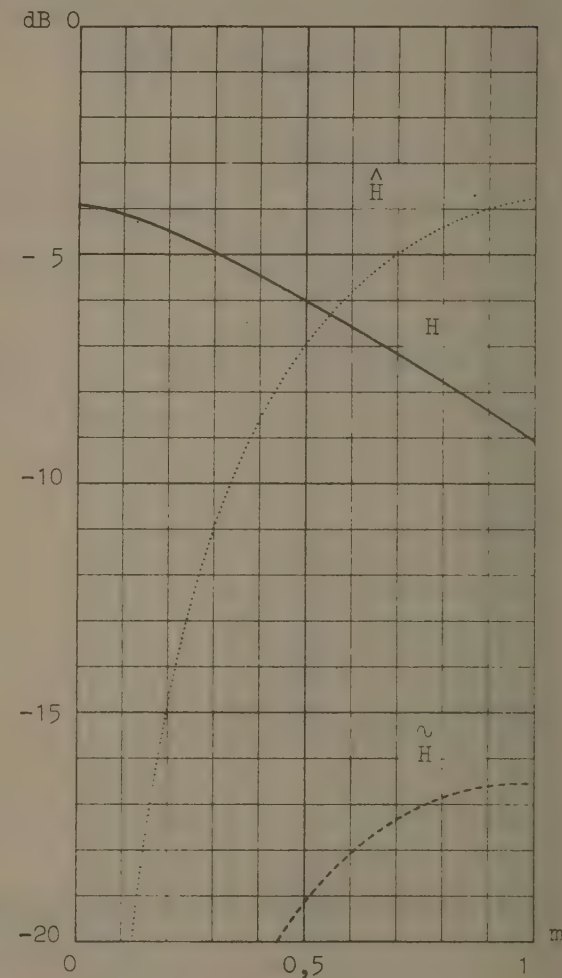
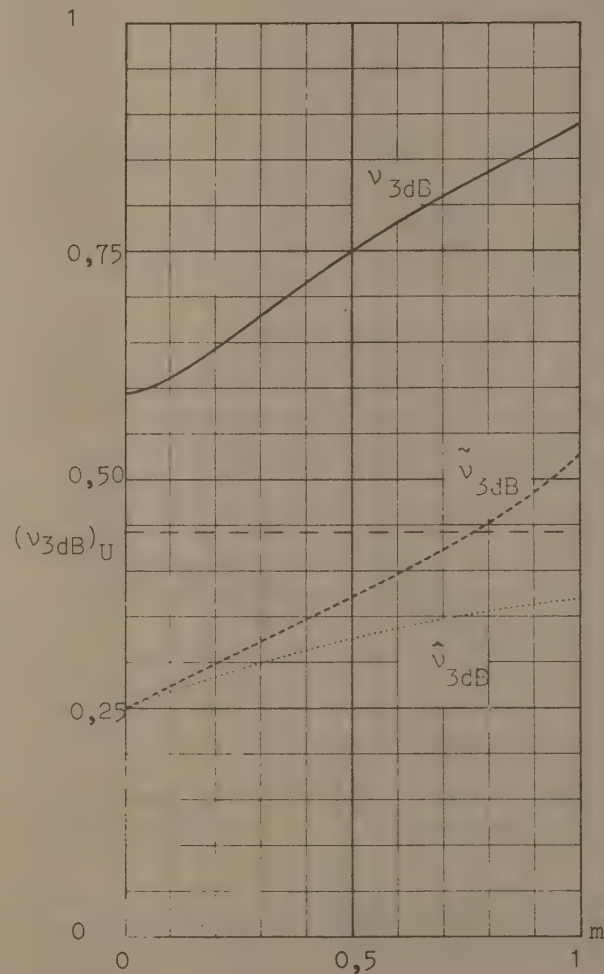
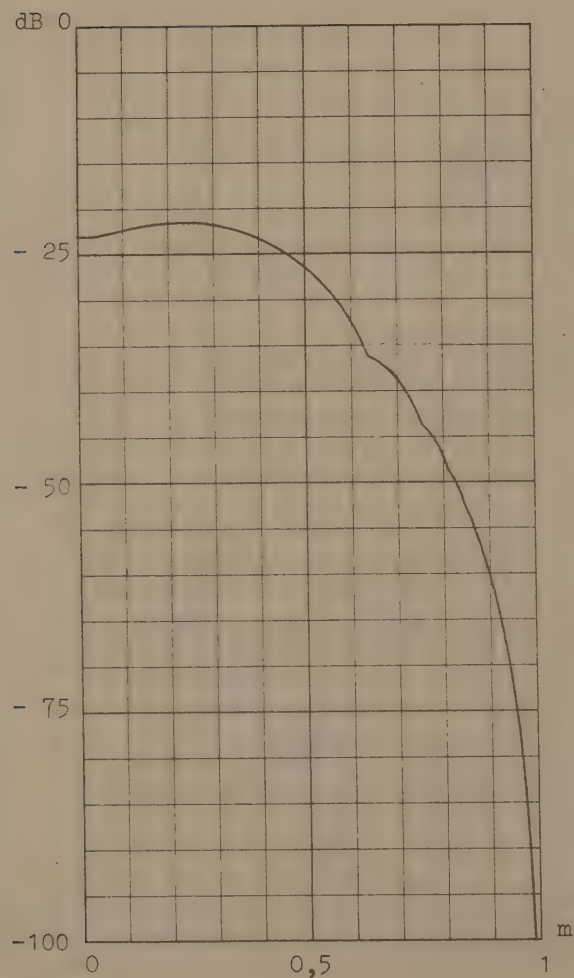


Figure 22.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 22.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 22.c :  
Efficacité.

# DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} + \frac{\cos u}{2} \left( \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)^2} \right)}{(1 + \frac{4}{m\pi^2}) \sin(m \frac{\pi}{2})}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\sin((1+m)(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - \cos u \left( \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)^2} \right) \right]}{\frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{m \sin(m \frac{\pi}{2})} - \cos(m \frac{\pi}{2}) \frac{\pi}{2}}$$

$$\hat{A} D(u) = \frac{\sin(m \frac{\pi}{2}) \left[ \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\sin u}{u} \frac{\sin mu}{mu} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2} + u))}{\frac{\pi}{2} + u} + \frac{\sin((1-m)(\frac{\pi}{2} - u))}{\frac{\pi}{2} - u} - \cos u \left( \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} + u))}{m(\frac{\pi}{2} + u)^2} + \frac{\sin(m(\frac{\pi}{2} - u))}{m(\frac{\pi}{2} - u)^2} - 4 \sin(m \frac{\pi}{2}) \frac{\sin mu}{u} \right) \right]}{\frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{3 m \sin(m \frac{\pi}{2})} - \cos(m \frac{\pi}{2}) \frac{\pi}{2}}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{(1 + \frac{4}{m\pi^2})^2 \sin^2(m \frac{\pi}{2})}{(1+m)^2 (1 + \sin(m \frac{\pi}{2}))^2}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m \left[ \frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{\sin(m \frac{\pi}{2})} - \cos(m \frac{\pi}{2}) \frac{\pi}{2} \right]^2}{2(1+m)(1 + \sin(m \frac{\pi}{2}))^2}$$

$$\hat{\eta} = \frac{m \left[ 3 \sin(m \frac{\pi}{2}) - \frac{\sin(m \frac{\pi}{2})}{\sin(m \frac{\pi}{2})} - \cos(m \frac{\pi}{2}) \frac{\pi}{2} \right]^2}{2(1+m)(1 + \sin(m \frac{\pi}{2}))^2}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

$$\begin{cases} m = 1 \\ \Psi = -\infty \text{ dB} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{3\text{dB}} = 0,889 \\ \tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,527 \\ \hat{v}_{3\text{dB}} = 0,370 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H = -9,09 \text{ dB} \\ \tilde{H} = -16,56 \text{ dB} \\ \hat{H} = -3,76 \text{ dB} \end{cases}$$

LONGUEUR D'OUVERTURE MAXIMALE POUR UN DIAGRAMME PRINCIPAL SANS LOBES SECONDAIRES

| m             | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,94 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,99 | 1        |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| $L_M/\lambda$ | 10,6 | 12,1 | 13,9 | 16,2 | 19,6 | 24,5 | 32,8 | 49,5 | 99,5 | $\infty$ |

FIGURE 23 : Illumination statique triangulaire et modulation en créneaux  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale    - - - Voie complémentaire    . . . Voie complémentaire de l'antenne modifiée

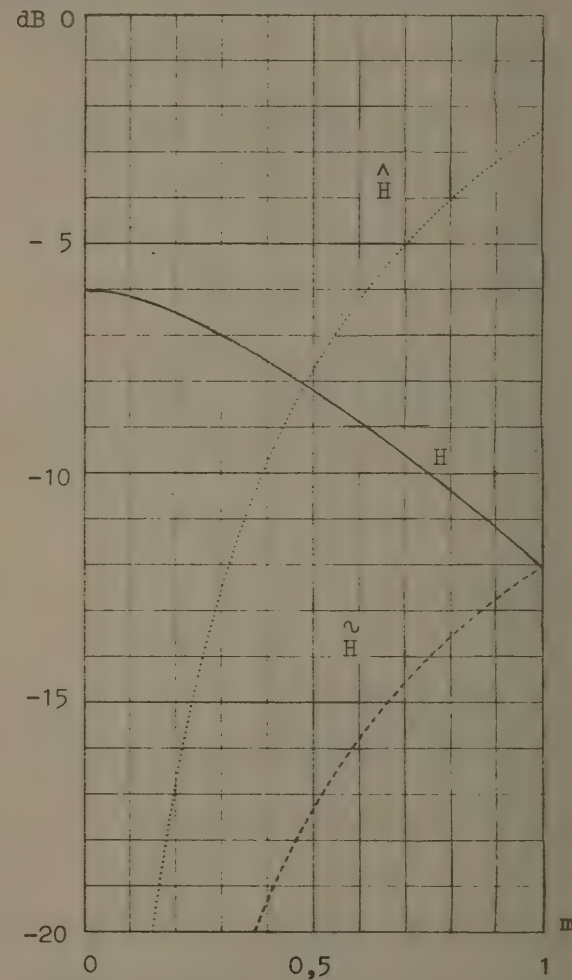
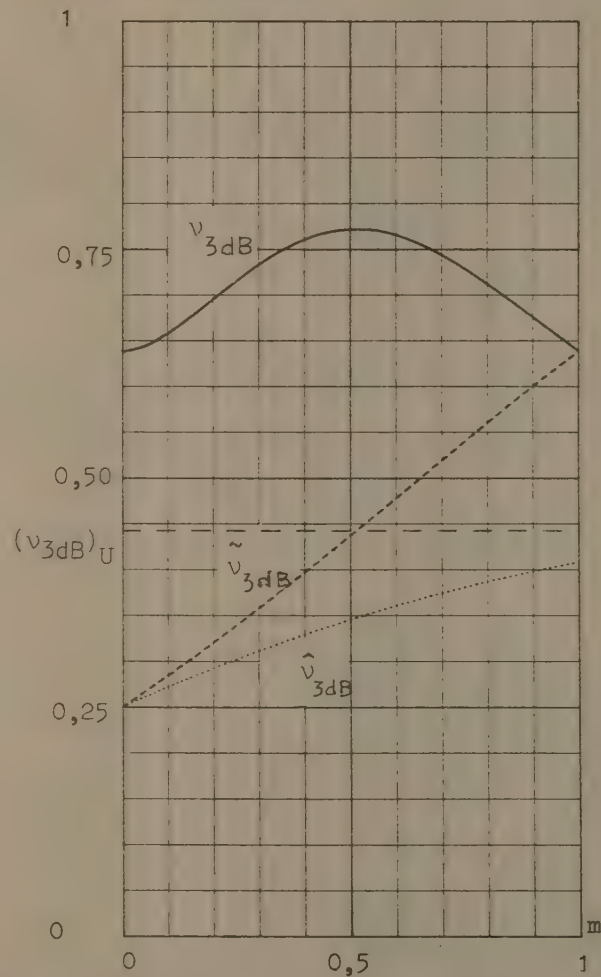
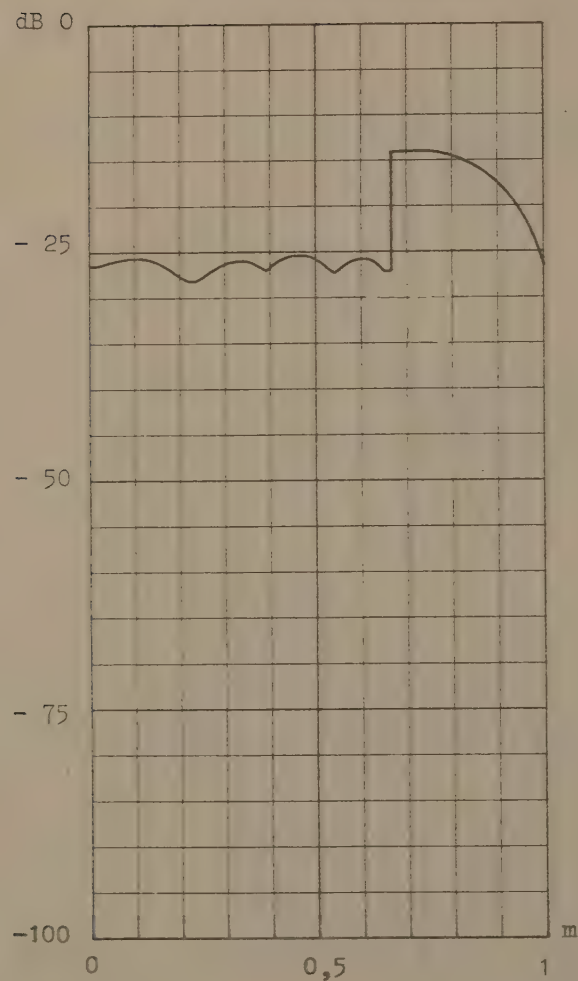


Figure 23.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 23.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 23.c :  
Efficacité.

# DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{2 \left( \frac{1 - \cos u \cos mu}{u^2} + m \frac{\sin((1-m)u)}{u} \right)}{1 + 2m - m^2}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\sin u \frac{\sin mu}{mu} - \sin((1-m)u)}{mu}$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\sin mu}{mu} \cos u - \frac{\sin u}{3mu} \left( \frac{\sin mu}{mu} - \cos mu \right)$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{(1 + 2m - m^2)^2}{4(1 + m)^4}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{m^3}{2(1 + m)^3}$$

$$\hat{\eta} = \frac{9m^3}{2(1 + m)^3}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

$$\begin{array}{l} m = 0,225 \\ \Psi = -28,28 \text{ dB} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} v_{3\text{dB}} = 0,716 \\ \tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,338 \\ \hat{v}_{3\text{dB}} = 0,301 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} H = -6,63 \text{ dB} \\ \tilde{H} = -25,09 \text{ dB} \\ \hat{H} = -15,55 \text{ dB} \end{array}$$

FIGURE 24 : Illumination statique triangulaire et modulation sinusoïdale  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale    - - - Voie complémentaire    . . . Voie complémentaire de l'antenne modifiée

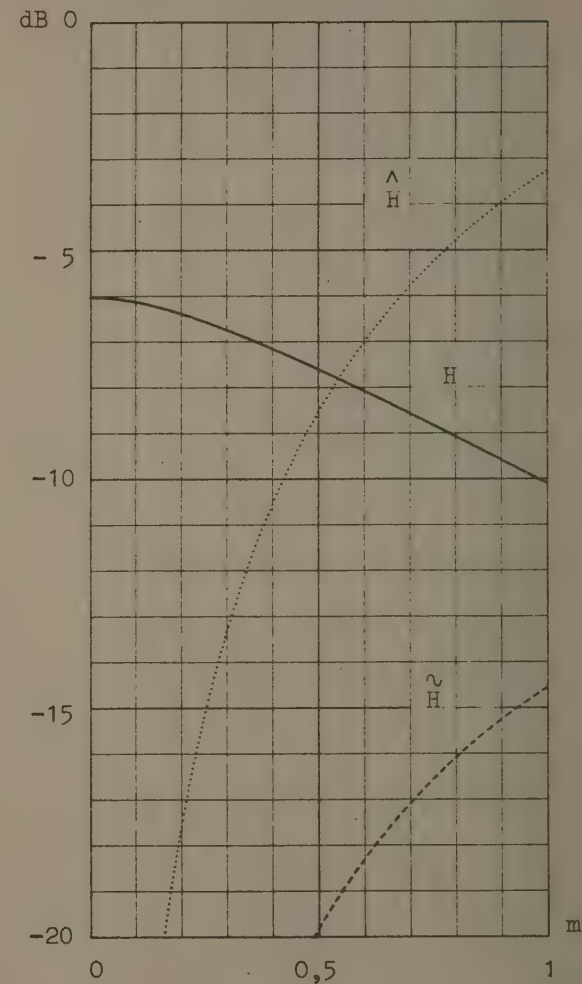
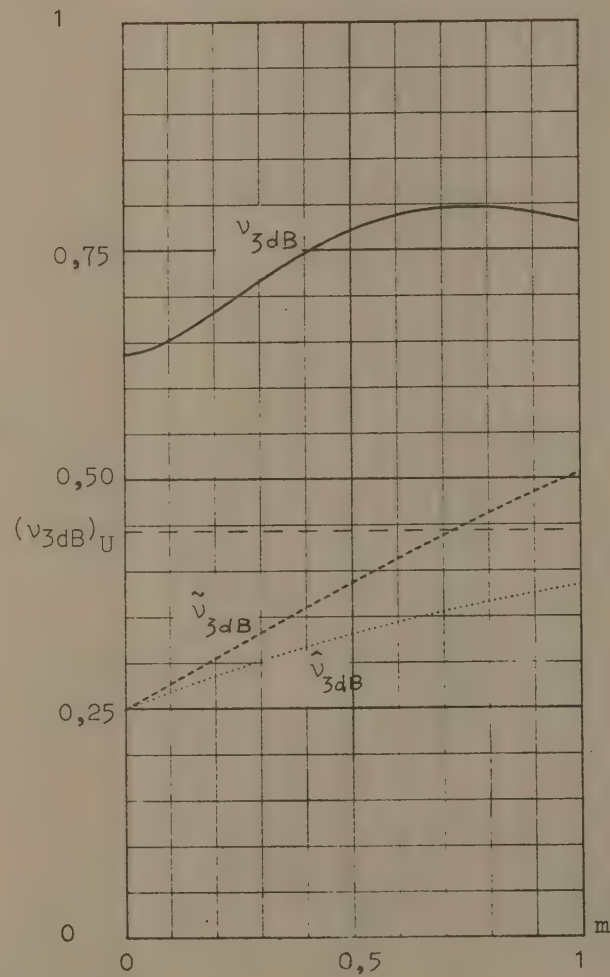
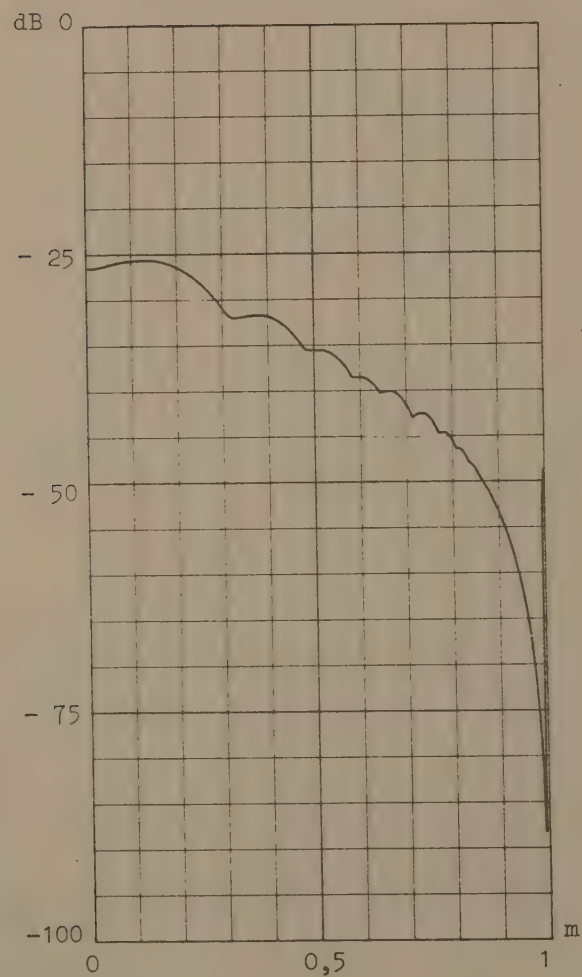


Figure 24.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 24.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 24.c :  
Efficacité.

# DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{2 \left[ m \frac{\sin u}{u} J_0(mu) + \frac{1 - \cos u (J_0(mu) + mu J_1(mu))}{u^2} \right]}{1 + 2m - \frac{m^2}{2}}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\left( \frac{\cos u}{u^2} - m \frac{\sin u}{u} \right) J_0(mu) + m \frac{\cos u}{u} J_1(mu) - \frac{\cos((1+m)u)}{u^2}}{\frac{3m^2}{4}}$$

$$\hat{D}(u) = \frac{2m \frac{\sin((1+m)u)}{u} + \left( \frac{\cos u}{u^2} - m \frac{\sin u}{u} \right) J_0(mu) + m \frac{\cos u}{u} J_1(mu) - \frac{\cos((1-m)u)}{u^2}}{\frac{11m^2}{4}}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{\left( 1 + 2m - \frac{m^2}{2} \right)^2}{4(1+m)^3}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{9m^3}{32(1+m)^3}$$

$$\hat{\eta} = \frac{121m^3}{32(1+m)^3}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES Ψ

|                |                           |                          |
|----------------|---------------------------|--------------------------|
| m = 0,994      | v <sub>3dB</sub> = 0,780  | H = - 10,07 dB           |
| Ψ = - 88,19 dB | $\tilde{v}_{3dB}$ = 0,506 | $\tilde{H}$ = - 14,58 dB |
|                | $\hat{v}_{3dB}$ = 0,384   | $\hat{H}$ = - 3,29 dB    |

## LONGUEUR D'OUVERTURE MAXIMALE POUR UN DIAGRAMME PRINCIPAL SANS LOBES SECONDAIRES

| m                 | 0,85 | 0,86 | 0,87 | 0,88 | 0,89 | 0,90 | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,94 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,99  | 1    |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| L <sub>M</sub> /λ | 10,6 | 11,6 | 12,1 | 13,5 | 14,4 | 15,9 | 17,7 | 19,9 | 22,7 | 26,3 | 31,7 | 39,5 | 52,2 | 77,9 | 154,3 | 18,7 |

FIGURE 25 : Illumination statique triangulaire et modulation en dents de scie  
Grandeurs caractéristiques en fonction du taux de modulation  $m$ .

— Voie principale    - - - Voie complémentaire    . . . Voie complémentaire de l'antenne modifiée

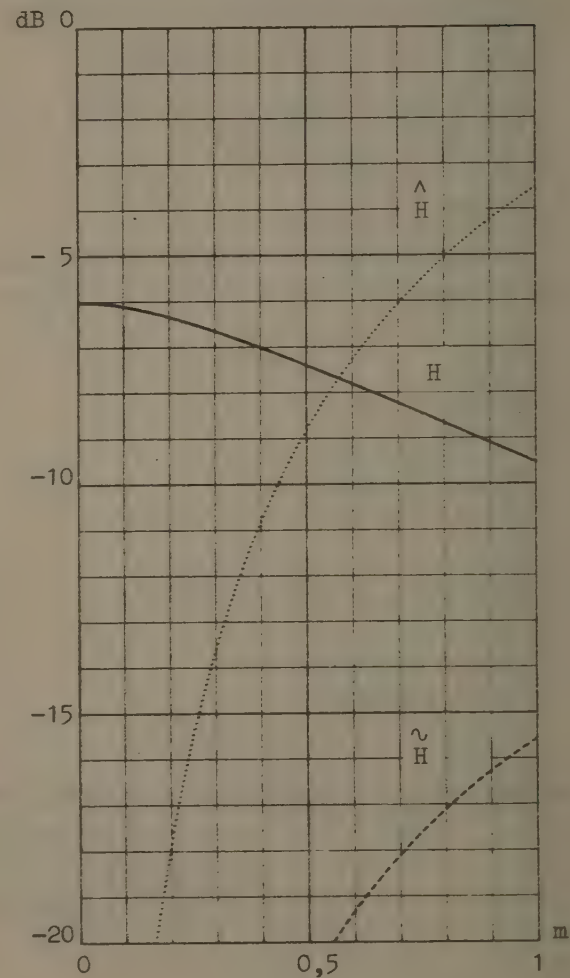
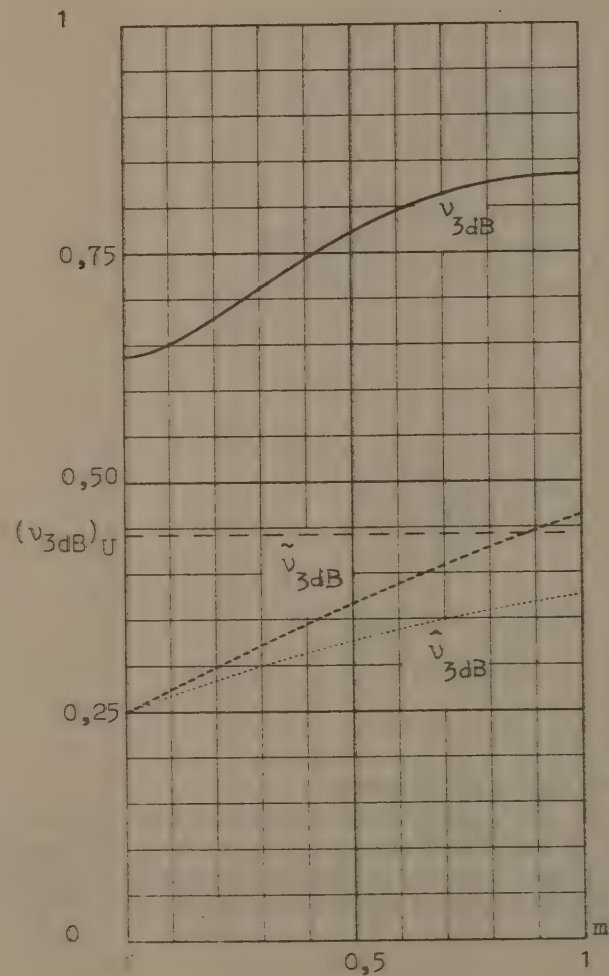
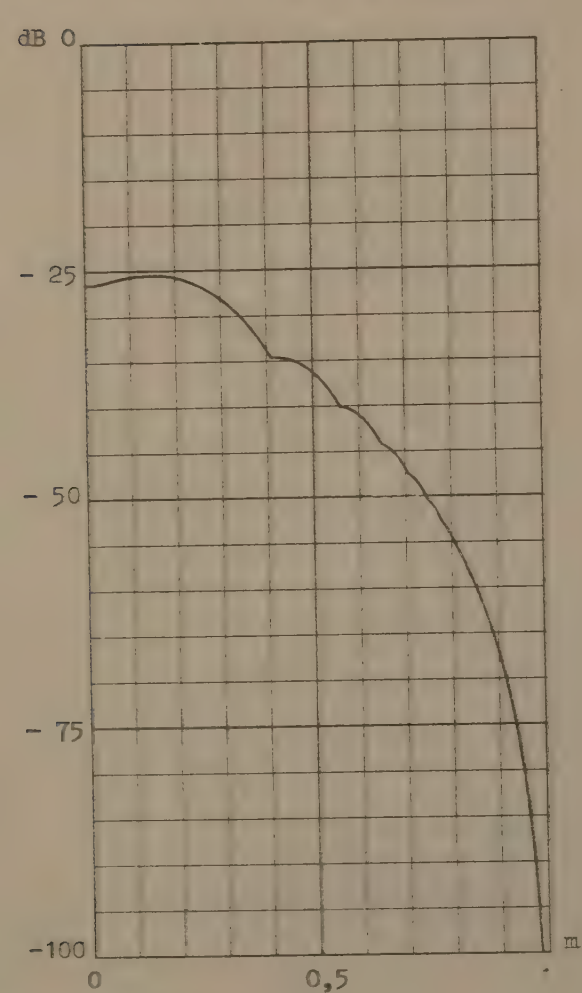


Figure 25.a :  
Niveau  $\Psi$  du plus grand lobe secondaire.

Figure 25.b :  
Largeur du lobe principal.

Figure 25.c :  
Efficacité.

# DIAGRAMMES

$$D(u) = \frac{\frac{2}{u^2} \left( 1 + \cos((1-m)u) - 2 \cos u \frac{\sin mu}{mu} \right)}{1 + 2m - \frac{m^2}{3}}$$

$$\tilde{D}(u) = \frac{\frac{\cos u}{u^2} \left( \frac{\sin mu}{mu} - \cos mu \right)}{\frac{m^2}{3}}$$

$$\hat{D}(u) = \frac{\frac{\cos u}{u^2} \frac{\sin mu}{mu} + m \frac{\sin((1+m)u)}{u} - \frac{\cos((1-m)u)}{u^2}}{\frac{4m^2}{3}}$$

## EFFICACITES

$$\eta = \frac{\left( 1 + 2m - \frac{m^2}{3} \right)^2}{4(1+m)^4}$$

$$\tilde{\eta} = \frac{2m^3}{9(1+m)^3}$$

$$\hat{\eta} = \frac{32m^3}{9(1+m)^3}$$

## MINIMUM DU NIVEAU DE LOBES SECONDAIRES $\Psi$

$$\begin{cases} m = 1 \\ \Psi = -\infty \text{ dB} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{3\text{dB}} = 0,835 \\ \tilde{v}_{3\text{dB}} = 0,464 \\ \hat{v}_{3\text{dB}} = 0,377 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H = -9,54 \text{ dB} \\ \tilde{H} = -15,56 \text{ dB} \\ \hat{H} = -3,52 \text{ dB} \end{cases}$$

## LONGUEUR D'OUVERTURE MAXIMALE POUR UN DIAGRAMME PRINCIPAL SANS LOBES SECONDAIRES

| m             | 0,84 | 0,85 | 0,86 | 0,87 | 0,88 | 0,89 | 0,90 | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,94 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,99  | 1        |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|----------|
| $L_M/\lambda$ | 10,4 | 10,7 | 10,8 | 12,7 | 12,8 | 14,7 | 16,7 | 16,9 | 19,0 | 22,8 | 26,8 | 30,9 | 38,9 | 52,9 | 78,9 | 156,9 | $\infty$ |

Le tracé tridimensionnel présenté sur les figures 26 illustre le cas d'une illumination statique uniforme et d'une modulation en créneaux ; le diagramme principal est évidemment le même pour les valeurs extrêmes de  $m$ , et de la forme  $\sin \pi v / \pi v$  ;  $m$  variant de 0 à 1, l'expression du diagramme complémentaire évolue de  $\cos \pi v$  à  $\sin \pi v / \pi v$ .

Figure 26.a - Voie principale

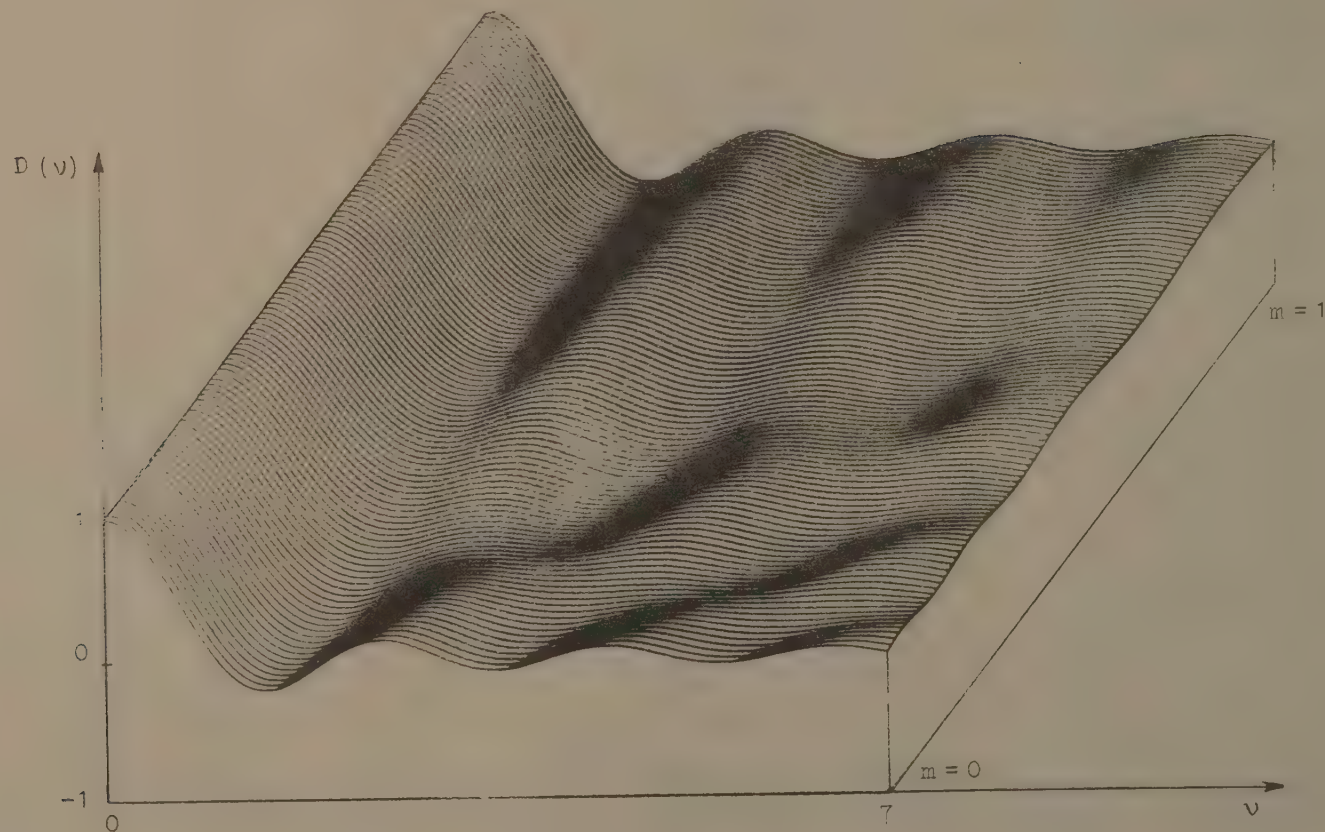
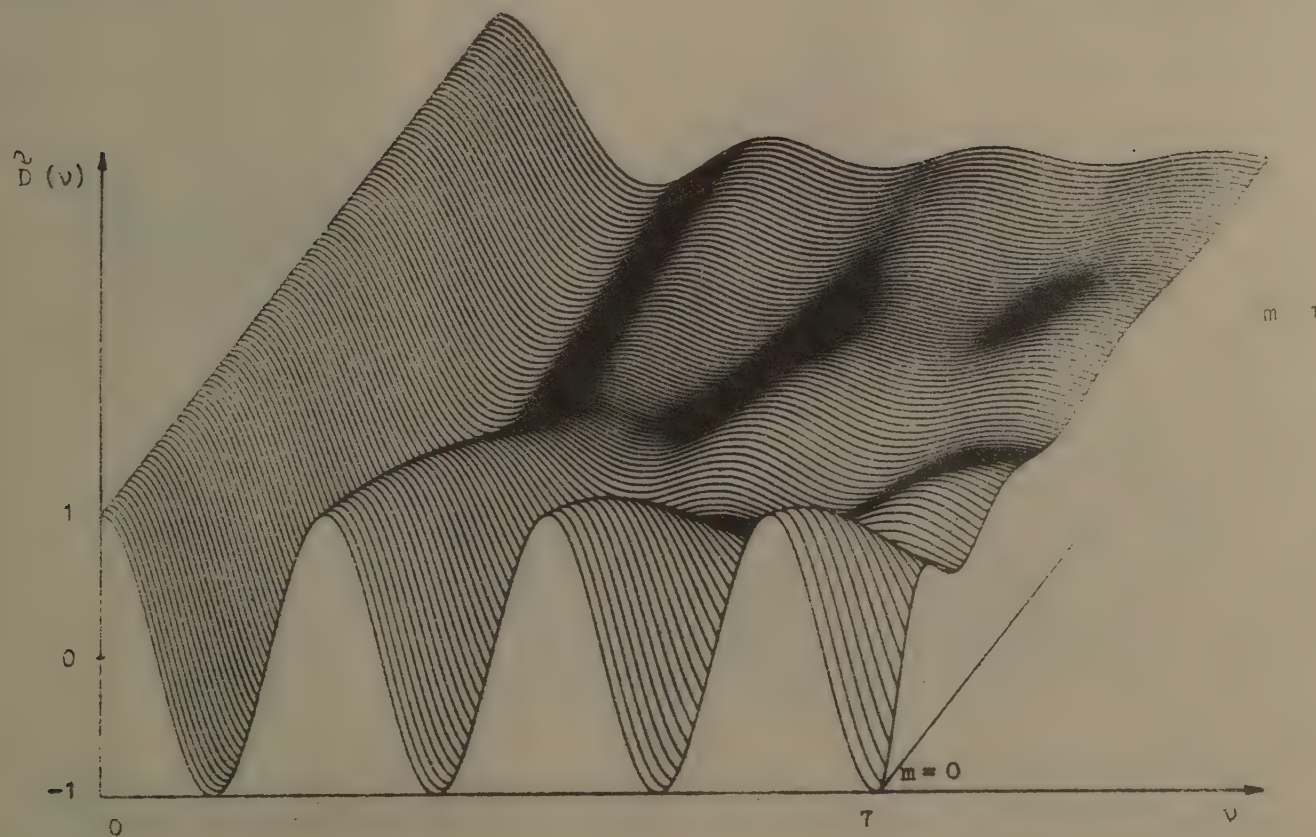


FIGURE 26 - Illumination statique uniforme et loi de modulation en créneaux ; évolution des diagrammes relatifs aux deux voies en fonction du taux de modulation  $m$ .

Figure 26.b - Voie complémentaire



Sur le second tracé tridimensionnel (figures 27), qui correspond à une illumination statique en cosinus carré et une modulation en dents de scie, on vérifie bien la propriété soulignée au paragraphe 2.4.3, pour  $m = 1$  : le diagramme principal est sans lobes secondaires, et le diagramme complémentaire est négatif pour tout  $v$  excepté dans son lobe central.

Figure 27.a - Voie principale

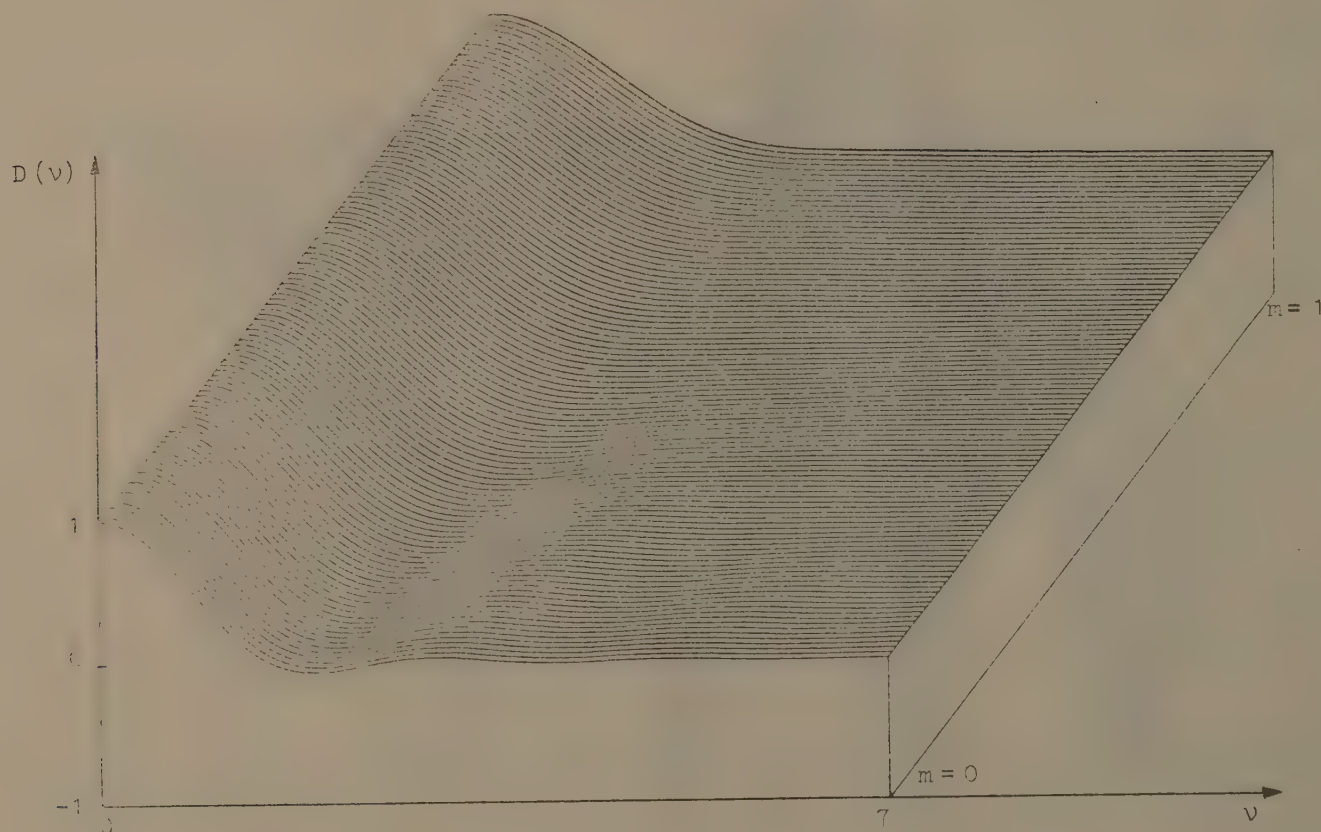
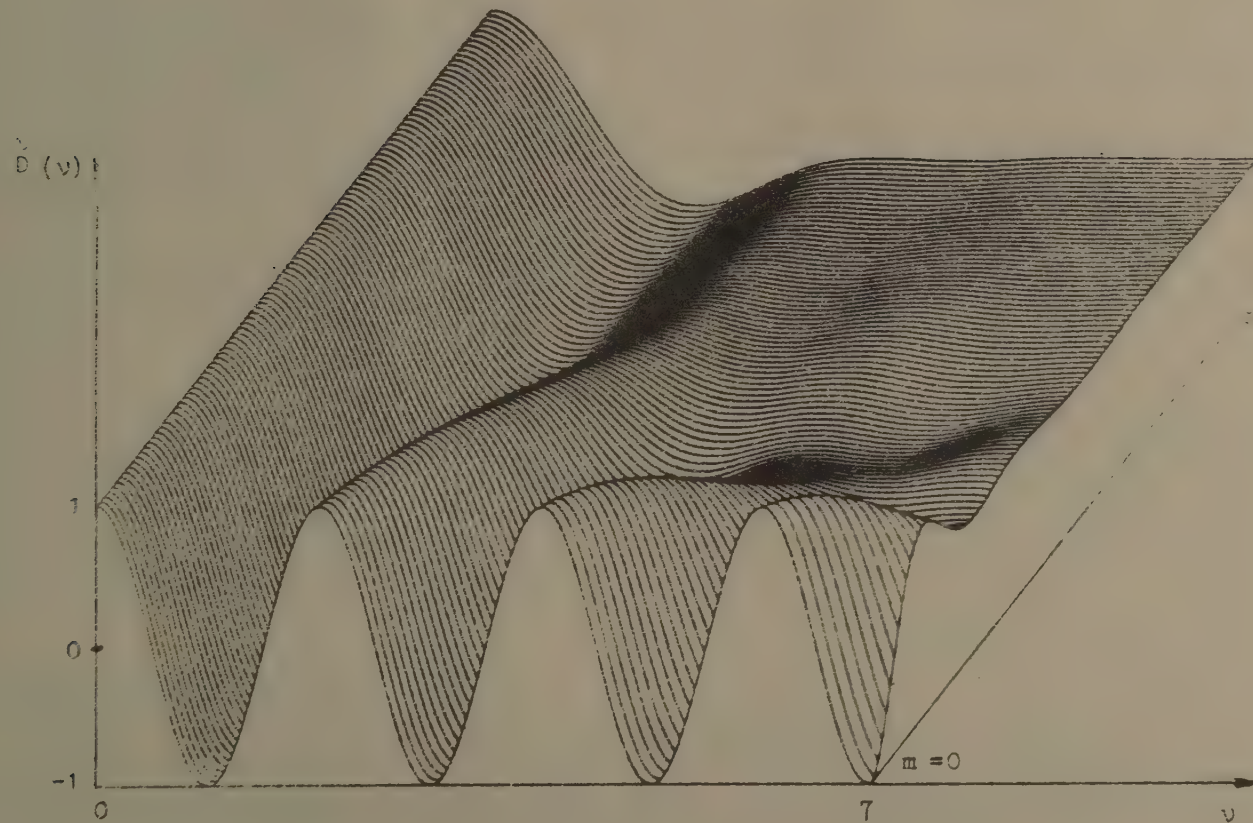


FIGURE 27 - Illumination statique en cosinus carré et loi de modulation en dents de scie ; évolution des diagrammes relatifs aux deux voies en fonction du taux de modulation  $m$ .

Figure 27.b - Voie complémentaire





Le principe de la modulation d'ouverture consiste à séparer l'information angulaire reçue par l'antenne en deux voies distinctes, qui fournissent des signaux de sortie équivalents à ceux de deux antennes classiques fictives de même centre de phase et de lois d'illumination différentes. Il est donc possible, en choisissant convenablement l'illumination statique et la loi de modulation, d'optimiser par exemple le pouvoir séparateur angulaire sur une voie et l'ambiguïté sur l'autre. En particulier, l'étude numérique du chapitre précédent a montré qu'on pouvait abaisser le niveau des lobes secondaires sur la voie principale tout en faisant décroître la largeur du faisceau sur la voie complémentaire ; mais il faut souligner dans ce cas que l'une des deux qualités n'est améliorée, dans une voie donnée, qu'au détriment de l'autre (par exemple, si l'on augmente le pouvoir séparateur, le niveau des lobes parasites croît).

Selon le type d'application envisagé, il peut être intéressant de former, grâce à un traitement approprié des signaux de sortie, une seule voie qui présente simultanément de bonnes performances en pouvoir séparateur et en ambiguïté. Ce traitement peut consister à effectuer le produit des signaux, ce qui fournit une réponse angulaire égale au produit des diagrammes des deux voies ; il est également possible d'appliquer un traitement logique selon la méthode proposée par KSIENSKI<sup>[6]</sup>.

Nous analyserons dans ce chapitre deux cas particuliers typiques, tirés de l'étude numérique du chapitre précédent, auxquels peuvent être appliqués des traitements de ce genre ; le choix de ces deux cas a été motivé par l'absence de lobes secondaires dans le diagramme de la voie principale. Pour chacun d'eux nous reprendrons l'étude en tenant compte du fait qu'en pratique les antennes à modulation d'ouverture sont des réseaux et non des ouvertures continues ; nous serons donc amenés à faire intervenir le nombre de radiateurs élémentaires composant les réseaux considérés. Par ailleurs, ces deux cas ont été choisis en raison de la forme particulière de leurs diagrammes sur la voie complémentaire, pour servir d'exemples aux deux types de traitement dont il a été question : traitement logique et système à produit.

### 3.1. EXEMPLE D'ANTENNE-RESEAU A TRAITEMENT LOGIQUE

L'application des techniques logiques aux antennes consiste à combiner plusieurs diagrammes pour en synthétiser un seul ; ce résultat est obtenu en appliquant aux signaux issus de plusieurs antennes des opérateurs logiques ("et", "ou", "non", "maximum de", "minimum de", ...), à l'instar des techniques utilisées dans les ordinateurs ; on effectue en particulier la comparaison de ces signaux entre eux ou avec un seuil. La méthode est particulièrement intéressante si l'on dispose simultanément d'un diagramme sans lobes secondaires et d'un diagramme très directif.

Ces caractéristiques sont précisément celles d'un cas particulier étudié au paragraphe 2.3.3 ; considérons une loi d'illumination statique triangulaire sans piédestal avec une modulation en dents de scie et un taux de modulation égal à l'unité ; le diagramme principal ne comporte aucun lobe secondaire, mais

son lobe central est peu directif ; si l'on désire améliorer la directivité du diagramme complémentaire, on voit, d'après les valeurs numériques des largeurs à -3dB, qu'il est préférable de réaliser l'antenne modifiée. Pour celle-ci, la fonction modulante se calcule par l'intermédiaire de sa réciproque à l'aide de la formule (24).

L'antenne étudiée sera donc définie par les paramètres suivants :

$$\left\{ \begin{array}{ll} A(x) = A_0 & \text{pour } -2\ell_0 \leq x \leq 2\ell_0 : \text{illumination statique uniforme} \\ f(\omega t) = 1 - 2\sqrt{|\omega t|/\pi} & \text{pour } -\pi \leq \omega t \leq \pi : \text{modulation en dents de scie non linéaires} \\ m = 1 & : \text{modulation de 100 \%} . \end{array} \right.$$

Les composantes moyennes des lois d'illumination dynamique des deux voies se calculent par les formules (5) et (8), et s'expriment sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_0(x) = A_0 \left( 1 - \frac{|x|}{2\ell_0} \right)^2 \\ \tilde{E}_0(x) = A_0 \frac{|x|}{2\ell_0} \left( 1 - \frac{|x|}{4\ell_0} \right) \end{array} \right. \quad (\text{on vérifie ici : } L = 4\ell_0).$$

Examinons en premier lieu le cas d'une ouverture continue : les diagrammes ont déjà été calculés en fonction de la variable  $u$  (formules 50 et 52, avec  $m = 1$  et  $\alpha = 1/2$ ) ; leurs expressions en fonction de la variable angulaire normée  $v$ , définie par (31), sont les suivantes :

$$D(v) = \frac{6}{(\pi v)^2} \left( 1 - \frac{\sin \pi v}{\pi v} \right) ; \quad (77)$$

$$\tilde{D}(v) = \frac{3}{(\pi v)^2} \left( \frac{\sin \pi v}{\pi v} - 1 + \frac{\pi v \sin \pi v}{2} \right) . \quad (78)$$

On trouvera en annexe la démonstration mathématique du fait que le diagramme principal  $D(v)$  est sans lobes secondaires.

La figure 28 représente les deux diagrammes en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ , dans le cas d'une longueur  $L$  d'ouverture égale à cinquante longueurs d'onde (alors :  $v = 50 \sin \theta$ ). On voit que les largeurs à -3dB des lobes principaux sur les deux voies sont respectivement égales à  $1,91^\circ$  et  $0,86^\circ$  ; le pouvoir séparateur de la voie complémentaire est donc plus de deux fois supérieur à celui de la voie principale.

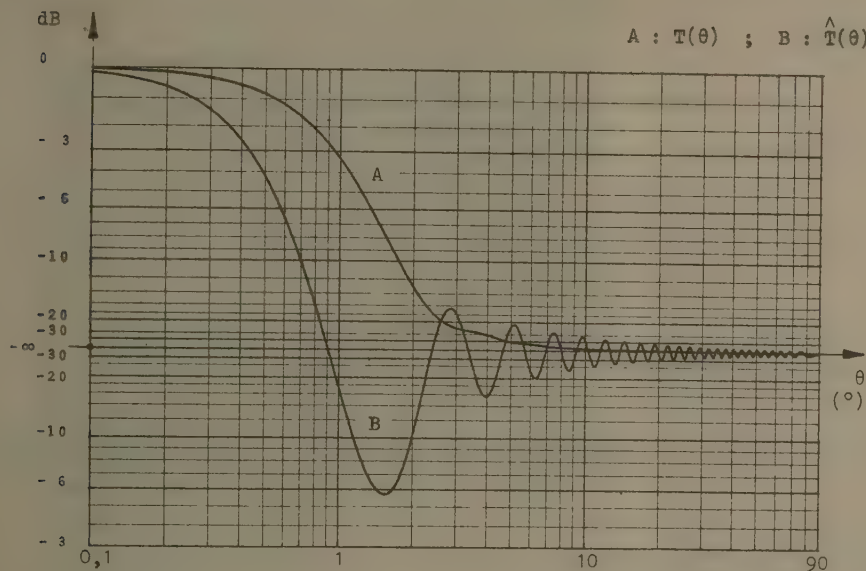
Nous allons maintenant établir les expressions exactes des deux diagrammes lorsque l'antenne est constituée d'un nombre  $N$  de radiateurs distants entre eux d'une demi-longueur d'onde ; ces diagrammes seront respectivement notés  $D_N(v)$  et  $\tilde{D}_N(v)$ , et l'on vérifie dans ces conditions :  $v = \frac{N-1}{2} \sin \theta$ .

La loi d'illumination  $E_0(x)$ , définie sur une longueur  $4\ell_0$ , s'annule pour  $x = \pm 2\ell_0$  ; on peut donc considérer qu'avec  $N$  radiateurs on l'échantillonne en  $N+2$  points équidistants, les deux extrêmes étant virtuels puisqu'ils correspondent à une excitation nulle. Par suite, on réalisera la modulation d'ouverture sur les  $N$  radiateurs comme s'il y en avait un de plus à chaque extrémité, ce qui revient à poser (voir figure 29) :  $L = 4\ell_0 \frac{N-1}{N+1}$ .

\*  $N$  impair : on posera  $N = 2n + 1$ , ce qui entraîne :  $L = n\lambda$ .

Le diagramme principal du réseau s'exprime en additionnant les signaux élémentaires reçus dans la voie principale du radiateur central et de chaque paire de radiateurs symétriques, et en normant :

FIGURE 28 - Diagrammes relatifs aux deux voies pour une ouverture continue d'illumination statique uniforme modulée à 100 % pour une loi en dents de scie non linéaires, et de longueur  $L = 50 \lambda$ .



A : voie principale  $\hat{D}(\theta)$ ;  
B : voie complémentaire  $D(\theta)$ .

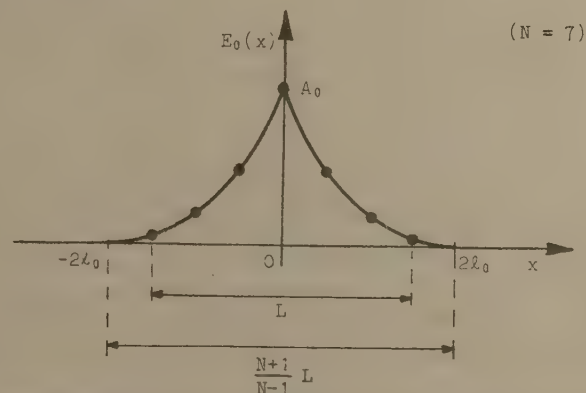


FIGURE 29 - Echantillonnage par N radiateurs uniformément répartis sur une longueur  $L$  de la loi d'illumination dynamique définie sur une longueur  $\frac{N+1}{N-1} L$ .

$$D_{2n+1}(v) = \frac{\frac{1}{2} E_0(0) + \sum_{i=1}^n \left\{ E_0\left(\frac{iL}{2n}\right) \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right\}}{\frac{1}{2} E_0(0) + \sum_{i=1}^n \left\{ E_0\left(\frac{iL}{2n}\right) \right\}}$$

En reportant l'expression de l'illumination dynamique moyenne donnée au début du paragraphe, on a :

$$D_{2n+1}(v) = \frac{\frac{1}{2} (n+1)^2 + \sum_{i=1}^n \left\{ (n+1-i)^2 \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right\}}{\frac{1}{2} (n+1)^2 + \sum_{i=1}^n \left\{ (n+1-i)^2 \right\}}$$

Posons :  $\sigma = \sum_{i=1}^n \left\{ (n+1-i)^2 \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right\}$  ; avec les notations  $\begin{cases} k = n+1-i \\ x = \pi v/n \end{cases}$ , on a :  $\sigma = \sum_{k=1}^n \left\{ k^2 \cos((n+1-k)x) \right\}$ ,

soit, après décomposition en somme du cosinus :

$$\sigma = -\cos((n+1)x) \frac{d^2}{dx^2} \left[ \sum_{k=1}^n (\cos kx) \right] - \sin((n+1)x) \frac{d^2}{dx^2} \left[ \sum_{k=1}^n (\sin kx) \right]$$

En dérivant deux fois les formules connues suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n (\cos kx) = \frac{\sin(\frac{nx}{2})}{\sin(\frac{x}{2})} \cos\left(\frac{(n+1)x}{2}\right) \\ \sum_{k=1}^n (\sin kx) = \frac{\sin(\frac{nx}{2})}{\sin(\frac{x}{2})} \sin\left(\frac{(n+1)x}{2}\right) \end{array} \right.$$

$$, \text{ on obtient : } \sigma = \frac{1}{4} \frac{\cos(\frac{x}{2})}{\sin^3(\frac{x}{2})} \left( (n+1) \sin x - \sin((n+1)x) \right) - \frac{n(n+1)}{2} ,$$

d'où l'expression du diagramme :

$$D_{2n+1}(v) = \frac{6(n+1) + 3 \frac{\cos(\frac{\pi v}{2n})}{\sin^3(\frac{\pi v}{2n})} \left( (n+1) \sin(\frac{\pi v}{n}) - \sin((n+1) \frac{\pi v}{n}) \right)}{6(n+1) + 4 n(n+1)(n+2)} .$$

On vérifie numériquement pour tout  $n$  que ce diagramme est strictement décroissant lorsque  $v$  varie de 0 à  $n$  (partie visible du diagramme pour des radiateurs distants de  $\lambda/2$ ) ; cependant, pour  $v = n$ , sa valeur reste positive ; on peut l'annuler en ce point en multipliant par  $n/(n+1)$  l'excitation du radiateur central, et l'on gagne de la sorte un peu de précision angulaire tout en conservant un diagramme principal sans lobe secondaire dans sa partie visible (le fait de diminuer l'excitation du radiateur central revient à translater le diagramme vers le bas par rapport à l'axe  $v$ ). Nous considérerons par conséquent ce nouveau diagramme normé dont l'expression est la suivante :

$$D_{2n+1}(v) = \frac{3}{4 n(n+1)(n+2)} \frac{\cos(\frac{\pi v}{2n})}{\sin^3(\frac{\pi v}{2n})} \left( (n+1) \sin(\frac{\pi v}{n}) - \sin((n+1) \frac{\pi v}{n}) \right) . \quad (79)$$

Dans les mêmes conditions, le diagramme complémentaire est défini par :

$$\tilde{D}_{2n+1}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0(\frac{iL}{2n}) \cos(\frac{i\pi v}{n}) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0(\frac{iL}{2n}) \right]} , \text{ soit en reportant l'expression de } \tilde{E}_0(x) : \tilde{D}_{2n+1}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ i(2(n+1)-i) \cos(\frac{i\pi v}{n}) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ i(2(n+1)-i) \right]} .$$

En posant :  $\tilde{\sigma} = \sum_{i=1}^n \left[ i(2(n+1)-i) \cos ix \right]$ , avec  $x = \pi v/n$ , on vérifie de la même façon que précédemment :  $\tilde{\sigma} = 2(n+1) \frac{d}{dx} \left[ \sum_{i=1}^n (\sin ix) \right] + \frac{d^2}{dx^2} \left[ \sum_{i=1}^n (\cos ix) \right]$ ,

$$\text{soit : } \tilde{\sigma} = \frac{1}{4 \sin^3(\frac{x}{2})} \left[ 2n(n+2) \sin^2(\frac{x}{2}) \sin((n+1)\frac{x}{2}) - 2n \sin(\frac{x}{2}) + \sin(\frac{nx}{2}) \left( 3 \cos(\frac{n+1}{2} x) - \cos(\frac{n-1}{2} x) \right) \right] .$$

Le diagramme complémentaire est

$$\text{donné finalement par la formule : } \tilde{D}_{2n+1}(v) = \frac{3}{2n(n+1)(4n+5)} \frac{1}{\sin^3(\frac{\pi v}{2n})} \left[ \sin(\frac{\pi v}{2}) \left( 3 \cos(\frac{n+1}{2n} \pi v) - \cos(\frac{n-1}{2n} \pi v) \right) - n \sin(\frac{\pi v}{2n}) \left( 2(n+2) \left( \cos(\frac{n+1}{n} \pi v) - \cos(\pi v) \right) \right) \right] . \quad (80)$$

\* N pair : on posera  $N = 2n$ , d'où :  $L = (n - \frac{1}{2})\lambda$ .

Le diagramme principal est donné par :

$$D_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i)^2 \cdot \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i)^2 \right]}$$

Posons :  $\sigma = \sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i)^2 \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]$  ; avec  $\begin{cases} k = n+1-i \\ x = \frac{\pi v}{n-\frac{1}{2}} \end{cases}$ , on a :

$$\sigma = \sum_{k=1}^n \left[ k^2 \cos\left( \left(n + \frac{1}{2} - k\right)x \right) \right] \quad , \text{ soit :}$$

$$\sigma = -\cos\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right) \frac{d^2}{dx^2} \left[ \sum_{k=1}^n (\cos kx) \right] - \sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right) \frac{d^2}{dx^2} \left[ \sum_{k=1}^n (\sin kx) \right], \text{ soit : } \sigma = \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{x}{2}\right)} \left[ (2n+1) \sin\left(\frac{x}{2}\right) - \sin\left((2n+1)\frac{x}{2}\right) \right] \quad , \text{ d'où l'expression du diagramme :}$$

$$D_{2n}(v) = \frac{3}{2n(n+1)(2n+1)} \frac{\cos\left(\frac{\pi v}{2n-1}\right)}{\sin^3\left(\frac{\pi v}{2n-1}\right)} \left[ (2n+1) \sin\left(\frac{\pi v}{2n-1}\right) - \sin\left((2n+1)\frac{\pi v}{2n-1}\right) \right] \quad (81)$$

On vérifie numériquement pour tout  $n$  que ce diagramme décroît de 1 à 0 quand  $v$  varie de 0 à  $n - \frac{1}{2}$  (partie visible du diagramme). L'absence de lobes secondaires est donc vérifiée, dans la partie visible du diagramme principal, quel que soit le nombre de radiateurs, *pourvu qu'ils ne soient pas distants de plus d'une demi-longueur d'onde.*

Le diagramme complémentaire est défini, pour  $N$  pair, par :  $\tilde{D}_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0 \left( \frac{(i-\frac{1}{2})L}{2n-1} \right) \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0 \left( \frac{(i-\frac{1}{2})L}{2n-1} \right) \right]}$ , soit :  $\tilde{D}_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ (2i-1)(4n+3-2i) \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ (2i-1)(4n+3-2i) \right]}$ .

Posons :  $\tilde{\sigma} = \sum_{i=1}^n \left[ (2i-1)(4n+3-2i) \cos\left(\left(i-\frac{1}{2}\right)x\right) \right]$  avec :  $x = \frac{\pi v}{n-\frac{1}{2}}$ . Cette expression se transforme, de la même façon que dans les cas précédents, en :

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{8\sin^3\left(\frac{x}{2}\right)} \left[ 2(4n^2+4n+3) \sin(nx) - (4n^2+4n-3) \sin((n+1)x) - (4n^2+4n+1) \sin((n-1)x) - 4(2n+1) \sin x \right], \text{ d'où l'expression du diagramme :}$$

$$\tilde{D}_{2n}(\nu) = \frac{3}{8n(2n+1)(4n+1)} \frac{1}{\sin^3(\frac{\pi\nu}{2n-1})} \left\{ 2(4n^2+4n+3) \sin(\frac{2n\pi\nu}{2n-1}) - (4n^2+4n-3) \sin(\frac{2(n+1)\pi\nu}{2n-1}) - (4n^2+4n+1) \sin(\frac{2(n-1)\pi\nu}{2n-1}) - 4(2n+1) \sin(\frac{2\pi\nu}{2n-1}) \right\} \quad (82)$$

On peut vérifier dans les formules (79) et (81), (80) et (82) que si le nombre  $N$  de radiateurs tend vers l'infini, les expressions des diagrammes tendent vers celles d'une ouverture continue, données respectivement par (77) et (78).

La figure 30 présente les diagrammes relatifs aux deux voies en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  dans les cas suivants :

$$\begin{cases} N = 2n+1 \\ L = n\lambda \\ n = 1, 2, 5, 10, \\ \quad 20, 50 \text{ et } 100. \end{cases}$$

On remarque en comparant la figure 28 à la courbe  $n = 50$  de la figure 30 que les diagrammes correspondant à une ouverture continue et à un réseau de radiateurs espacés de  $\lambda/2$  sont pratiquement identiques dès que le nombre d'antennes élémentaires atteint quelques dizaines.

Les diagrammes des deux voies en coordonnées polaires sont donnés sur la figure 31, dans le cas de 21 radiateurs équidistants ( $L = 10\lambda$ ).

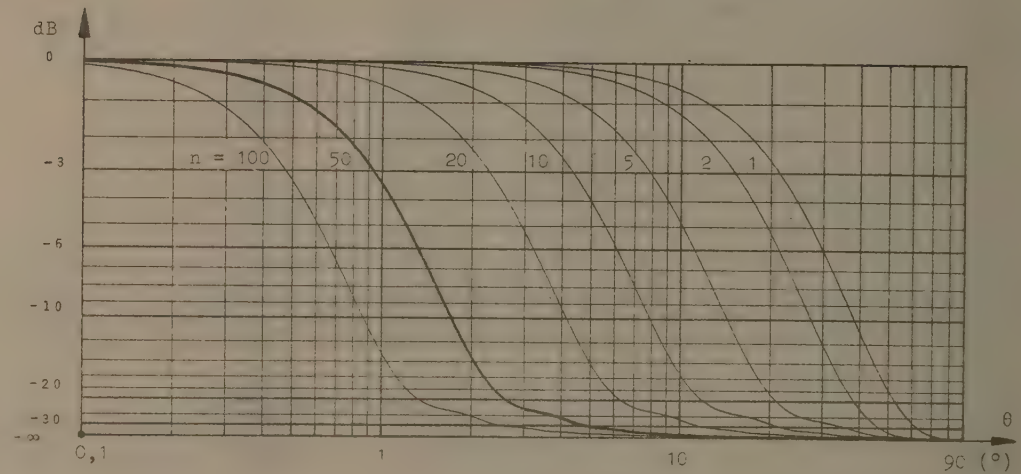


Figure 30.a  
Voie principale  $D_{2n+1}(\theta)$

FIGURE 30 - Diagrammes relatifs aux deux voies pour une antenne-réseau d'illumination statique uniforme modulée à 100 % par une loi en dents de scie non linéaires et comportant  $2n+1$  radiateurs uniformément répartis sur une longueur  $L = n\lambda$ .

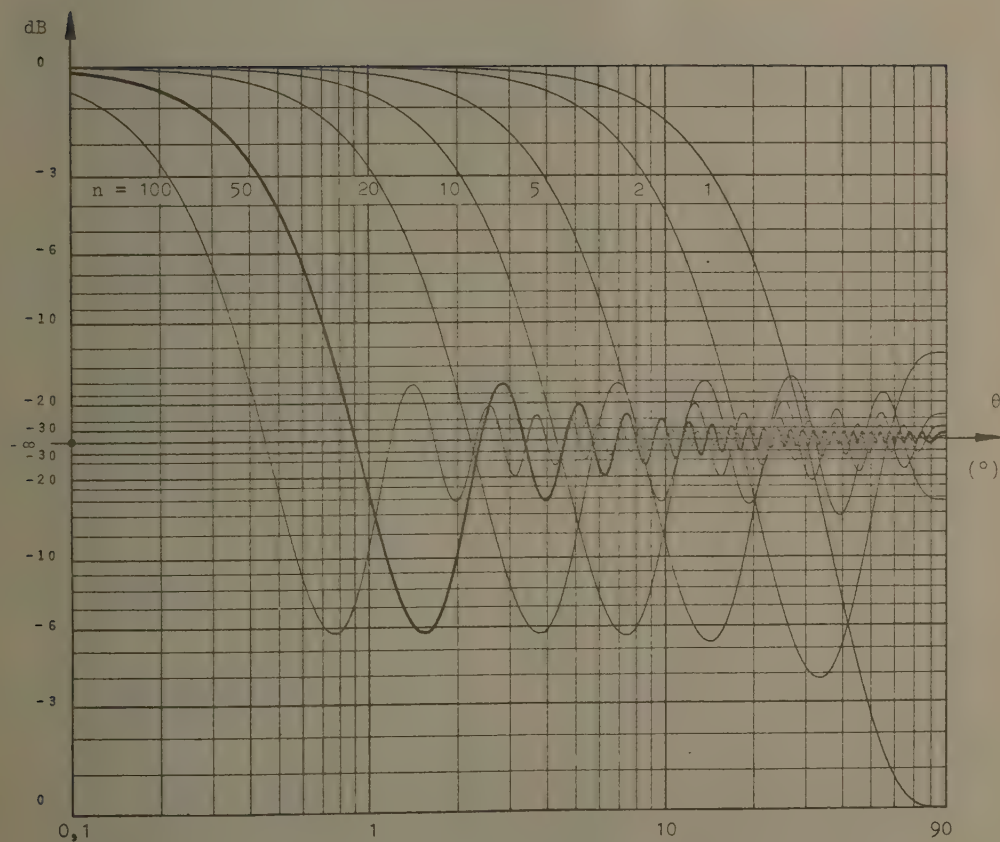
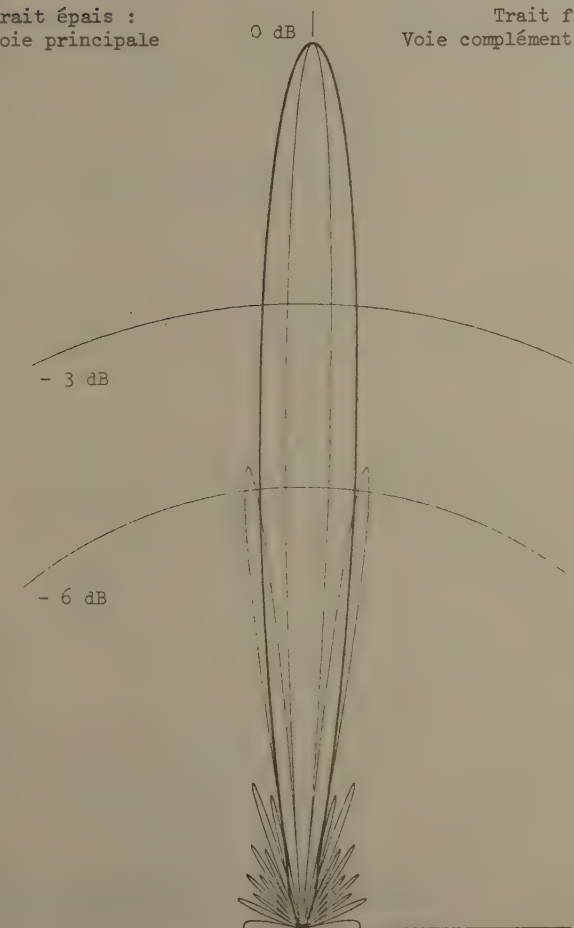


FIGURE 31 - Diagrammes polaires relatifs aux deux voies dans les mêmes conditions que la figure 30, pour  $n = 10$ .

Trait épais : Voie principale  
 Trait fin : Voie complémentaire

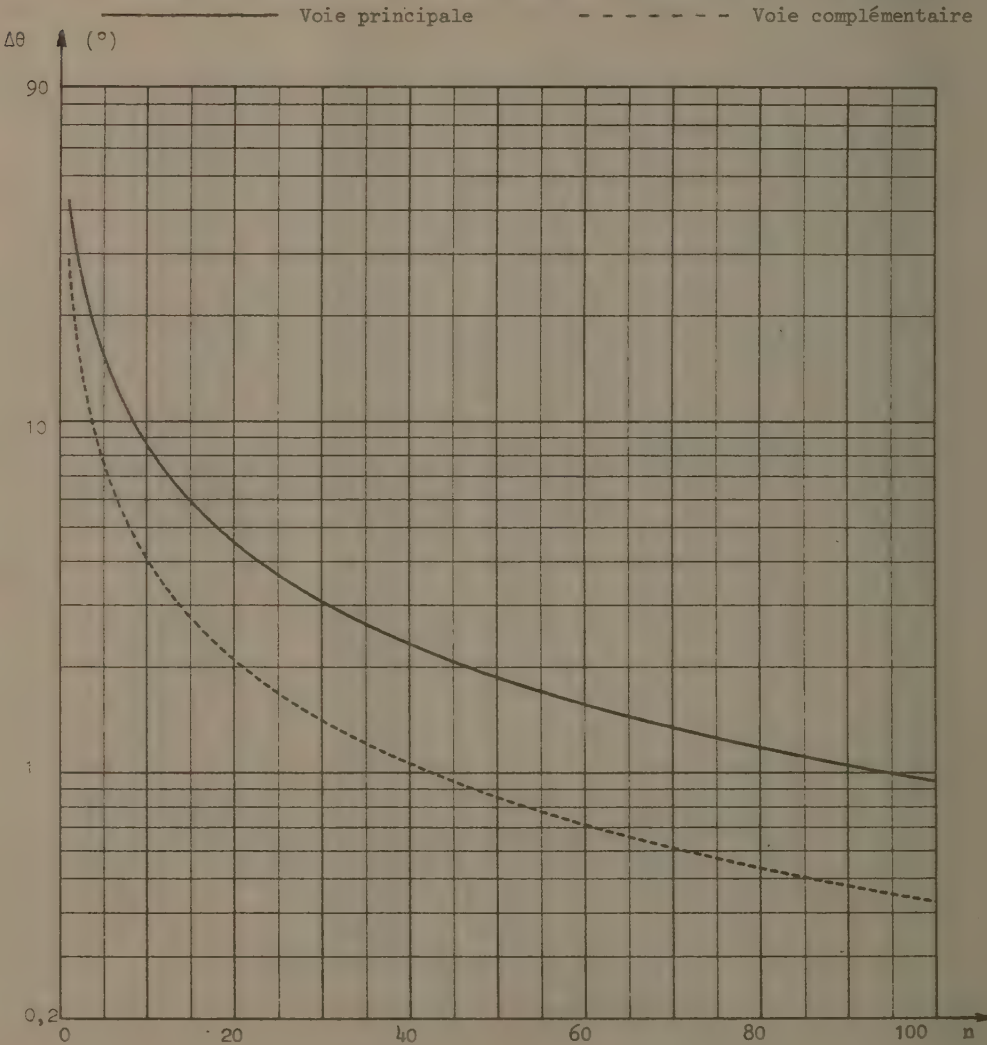


La figure 32 montre la variation des largeurs à -3dB des lobes principaux respectifs des deux voies en fonction du nombre  $n = L/\lambda$ , dans le cas de  $N = 2n+1$  radiateurs.

Il est possible de vérifier numériquement qu'en ce qui concerne le pouvoir de résolution sur les deux voies, le rapport  $L/\lambda$  étant fixé, le cas du réseau d'éléments distants d'une demi-longueur d'onde est toujours plus favorable que celui d'une ouverture continue ; cela signifie en pratique que pour une longueur d'onde donnée  $\lambda$ , il vaut mieux espacer les radiateurs de  $\lambda/2$  que les resserrer davantage, si l'on veut optimiser la précision angulaire. Cependant, la différence tend vers zéro lorsque croît la longueur de l'antenne, comme le montre le tableau ci-dessous qui donne des largeurs de lobes  $(\Delta\theta)_{3dB}$  en degrés en fonction de la longueur d'ouverture :

| $\frac{L}{\lambda}$ | Voie principale                                 |                                                                | Voie complémentaire                             |                                                                |
|---------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
|                     | $(\Delta\theta)_{3dB}$<br>ouverture<br>continue | $(\Delta\theta)_{3dB}$<br>réseau d'élé-<br>ments à $\lambda/2$ | $(\Delta\theta)_{3dB}$<br>ouverture<br>continue | $(\Delta\theta)_{3dB}$<br>réseau d'élé-<br>ments à $\lambda/2$ |
| 1                   | 113,28 °                                        | 42,70 °                                                        | 44,29 °                                         | 28,96 °                                                        |
| 5                   | 19,23 °                                         | 15,74 °                                                        | 8,65 °                                          | 7,81 °                                                         |
| 10                  | 9,58 °                                          | 8,67 °                                                         | 4,32 °                                          | 4,10 °                                                         |
| 50                  | 1,91 °                                          | 1,88 °                                                         | 0,864°                                          | 0,855°                                                         |
| 100                 | 0,957°                                          | 0,948°                                                         | 0,432°                                          | 0,430°                                                         |

FIGURE 32 - Antenne-réseau de  $(2n+1)$  radiateurs répartis uniformément sur une longueur  $L = n\lambda$  ; variation des largeurs à -3dB des lobes centraux des diagrammes relatifs aux deux voies en fonction de  $n$ , pour une illumination statique uniforme et une modulation à 100 % par une loi en dents de scie non linéaires.



### 3.2. EXEMPLE D'ANTENNE-RESEAU A PRODUIT

Une propriété particulière a été soulignée au paragraphe 2.4.3 : avec une illumination en cosinus carré sans piédestal modulée à 100 % par une loi en dents de scie, on obtient sur la voie principale un diagramme sans lobes secondaires, par conséquent positif pour tout  $u$ , et sur la voie complémentaire un diagramme négatif pour tout  $u$  sauf dans le lobe central. En conséquence, si l'on réalise le produit des signaux des deux voies, il sera constamment positif à l'intérieur du lobe central du diagramme complémentaire  $\tilde{D}(u)$ , et négatif pour toute autre valeur de  $u$ . La mise en place d'un circuit à seuil ne transmettant que les signaux positifs à la sortie du dispositif effectuant le produit permettra alors de ne détecter une onde (une cible pour un radar) que si l'angle d'incidence est compris dans le lobe central de  $\tilde{D}(u)$ . L'ensemble aura une réponse angulaire théorique sans ambiguïté et avec un bon pouvoir séparableur, de la forme indiquée par la figure 33.

L'antenne considérée est définie par les paramètres suivants :

$$A(x) = A_0 \cos^2\left(\frac{\pi x}{4 \ell_0}\right) \text{ pour } -2\ell_0 \leq x \leq 2\ell_0 : \text{illumination statique en cosinus carré;}$$

$$f(\omega t) = 1 - 2 \frac{|\omega t|}{\pi} \text{ pour } -\pi \leq \omega t \leq \pi : \text{modulation en dents de scie;}$$

$$m = 1 : \text{modulation de 100 \% .}$$

Les illuminations dynamiques moyennes des deux voies, calculées d'après les formules (5) et (8), ont la forme suivante :

$$E_0(x) = A_0 \left(1 - \frac{|x|}{2\ell_0}\right) \cos^2\left(\frac{\pi x}{4 \ell_0}\right)$$

(on vérifie ici :  $L = 4 \ell_0$ ).

$$\tilde{E}_0(x) = A_0 \frac{|x|}{2\ell_0} \cos^2\left(\frac{\pi x}{4 \ell_0}\right)$$

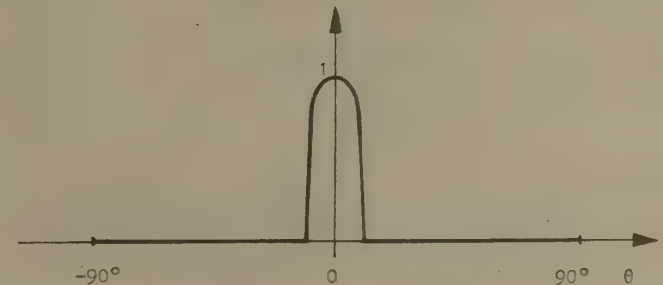
Dans le cas d'une ouverture continue, les diagrammes en fonction de  $u$  ont été calculés (formules 71 et 73, avec  $m = 1$  et  $\alpha = 1/2$ ) ; en fonction de la variable angulaire normée  $v$ , définie par (31), leurs expressions sont les suivantes :

$$D(v) = \frac{\frac{\sin^2(\frac{\pi v}{2})}{v^2} + \frac{\cos^2(\frac{\pi v}{2})}{2} \left[ \frac{1}{(v+1)^2} + \frac{1}{(v-1)^2} \right]}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + 1} \quad (83)$$

En annexe figure la démonstration mathématique du fait que le diagramme  $D(v)$  est sans lobes secondaires.

$$\tilde{D}(v) = \frac{\frac{\pi}{4} \sin(\pi v) \left\{ \frac{2}{v} - \frac{1}{v+1} - \frac{1}{v-1} \right\} - \frac{\sin^2(\frac{\pi v}{2})}{v^2} - \frac{\cos^2(\frac{\pi v}{2})}{2} \left[ \frac{1}{(v+1)^2} + \frac{1}{(v-1)^2} \right]}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 1} \quad (84)$$

FIGURE 33 - Réponse angulaire d'une antenne réalisant le produit des signaux des deux voies et la suppression des lobes négatifs.



La figure 34 montre les deux diagrammes en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$ , pour une longueur d'ouverture  $L$  égale à cinquante longueurs d'onde. On voit que les largeurs à -3dB des lobes principaux sur les deux voies sont dans un rapport de 3 à 5 ; la largeur à la base ( $-\infty$  dB) du lobe central du diagramme complémentaire, qui sera celle du lobe unique du système après le traitement étudié, a pour valeur :  $(\Delta\theta)_0 = 2,6^\circ$ .

Nous établirons les expressions exactes des diagrammes pour un réseau de  $N$  radiateurs distants entre eux d'une demi-longueur d'onde selon le même principe qu'au paragraphe précédent.

$$* N = 2n+1$$

Le diagramme principal a pour expression :

$$D_{2n+1}(v) = \frac{\frac{1}{2} E_0(0) + \sum_{i=1}^n \left[ E_0\left(\frac{iL}{2n}\right) \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right]}{\frac{1}{2} E_0(0) + \sum_{i=1}^n \left[ E_0\left(\frac{iL}{2n}\right) \right]}, \text{ soit :}$$

$$D_{2n+1}(v) = \frac{\frac{1}{2}(n+1) + \sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i) \cos^2\left(\frac{i\pi}{2(n+1)}\right) \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right]}{\frac{1}{2}(n+1) + \sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i) \cos^2\left(\frac{i\pi}{2(n+1)}\right) \right]}$$

En développant le produit des cosinus en somme et en opérant comme en 3.1, on établit la formule :

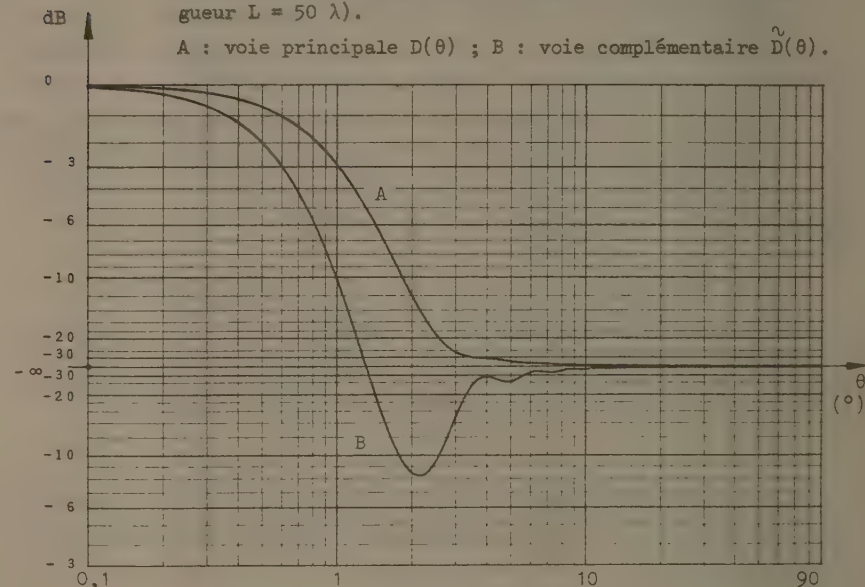
$$D_{2n+1}(v) = \frac{2 \frac{\sin^2\left((n+1)\frac{\pi v}{2n}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi v}{2n}\right)} + \cos^2\left((n+1)\frac{\pi v}{2n}\right) \left( \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{n} + \frac{1}{n+1}\right)\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\right)} \right)}{2 \left\{ 1 + (n+1)^2 + \cot^2\left(\frac{\pi}{2(n+1)}\right) \right\}}$$

On vérifie numériquement pour tout  $n$  que lorsque  $v$  varie de 0 à  $n$  (partie visible du diagramme),  $D_{2n+1}(v)$  décroît de 1 à une valeur positive ; comme au paragraphe précédent, on peut améliorer la directivité en multipliant par  $\frac{n+(1/2)}{n+1}$  l'excitation du doublet central, ce qui conduit à l'expression suivante du diagramme principal :

$$D_{2n+1}(v) = \frac{2 \left[ \frac{\sin^2\left((n+1)\frac{\pi v}{2n}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi v}{2n}\right)} - 1 \right] + \cos^2\left((n+1)\frac{\pi v}{2n}\right) \left( \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{n} + \frac{1}{n+1}\right)\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\right)} \right)}{2 \left\{ (n+1)^2 + \cot^2\left(\frac{\pi}{2(n+1)}\right) \right\}} \quad (85)$$

FIGURE 34 - Diagrammes relatifs aux deux voies pour une ouverture continue d'illumination statique en cosinus carré modulée à 100 % par une loi en dents de scie, et de longueur  $L = 50 \lambda$ .

A : voie principale  $D(\theta)$  ; B : voie complémentaire  $\tilde{D}(\theta)$ .



Le diagramme complémentaire est défini par :  $\tilde{D}_{2n+1}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0 \left( \frac{iL}{2n} \right) \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0 \left( \frac{iL}{2n} \right) \right]}$ , soit :  $\tilde{D}_{2n+1}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ i \cos^2\left(\frac{\pi i}{2(n+1)}\right) \cos\left(\frac{i\pi v}{n}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ i \cos^2\left(\frac{\pi i}{2(n+1)}\right) \right]}$  ;

on obtient finalement la formule :

$$\tilde{D}_{2n+1}(v) = \frac{\frac{2 \left[ (n+1) \cos(\pi v) - n \cos\left((n+1)\frac{\pi v}{n}\right) - 1 \right]}{\sin^2\left(\frac{\pi v}{2n}\right)} - \frac{(n+1) \cos\left(\pi\left(v - \frac{1}{n+1}\right)\right) - n \cos\left((n+1)\frac{\pi v}{n}\right) + 1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{n} + \frac{1}{n+1}\right)\right)} - \frac{(n+1) \cos\left(\pi\left(v + \frac{1}{n+1}\right)\right) - n \cos\left((n+1)\frac{\pi v}{n}\right) + 1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\left(\frac{v}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\right)}}{4 \left[ n(n+2) - \cot^2\left(\frac{\pi}{2(n+1)}\right) \right]} \quad (86)$$

On vérifie numériquement pour tout n que ce diagramme n'est positif que dans son lobe central pour  $-n \leq v \leq n$ .

\*  $N = 2n$

Le diagramme principal est donné par :  $D_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ E_0 \left( \frac{(i-\frac{1}{2})L}{2n-1} \right) \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ E_0 \left( \frac{(i-\frac{1}{2})L}{2n-1} \right) \right]}$ , soit :  $D_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i) \cos^2\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi}{2n+1}\right) \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ (n+1-i) \cos^2\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi}{2n+1}\right) \right]}$ .

Le calcul est fondé sur le même principe que dans les cas précédents et aboutit à la formule :

$$D_{2n}(v) = \frac{\frac{2 \left[ \cos\left(\frac{\pi v}{2n-1}\right) - \cos\left((2n+1)\frac{\pi v}{2n-1}\right) \right]}{\sin^2\left(\frac{\pi v}{2n-1}\right)} + \frac{\cos\left[\pi\left(\frac{v}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}\right)\right] + \cos\left[(2n+1)\frac{\pi v}{2n-1}\right]}{\sin^2\left[\pi\left(\frac{v}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}\right)\right]} + \frac{\cos\left[\pi\left(\frac{v}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)\right] + \cos\left[(2n+1)\frac{\pi v}{2n-1}\right]}{\sin^2\left[\pi\left(\frac{v}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)\right]}}{(2n+1)^2 + \cot^2\left(\frac{\pi}{2(2n+1)}\right)} \quad (87)$$

On vérifie numériquement pour tout n que ce diagramme décroît de 1 à 0 quand v varie de 0 à  $n-(1/2)$  (partie visible du diagramme). L'absence de lobes secondaires est donc encore vérifiée, dans la partie visible du diagramme principal, quel que soit le nombre de radiateurs, à condition qu'ils ne soient pas distants de plus d'une demi-longueur d'onde.

Pour  $N = 2n$ , le diagramme complémentaire est défini par :  $\tilde{D}_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0 \left( \frac{(i-\frac{1}{2})L}{2n-1} \right) \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ \tilde{E}_0 \left( \frac{(i-\frac{1}{2})L}{2n-1} \right) \right]}$ , soit :  $\tilde{D}_{2n}(v) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ (i-\frac{1}{2}) \cos^2\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi}{2n+1}\right) \cos\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi v}{n-\frac{1}{2}}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n \left[ (i-\frac{1}{2}) \cos^2\left(\frac{(i-\frac{1}{2})\pi}{2n+1}\right) \right]}$  ;

la formule finale est la suivante :

$$\tilde{D}_{2n}(v) = \frac{(2n-1) \left\{ \frac{2\sin(\frac{2n\pi v}{2n-1})}{\sin(\frac{\pi v}{2n-1})} + \frac{\sin(2n\pi(\frac{v}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}))}{\sin(\pi(\frac{v}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}))} + \frac{\sin(2n\pi(\frac{v}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}))}{\sin(\pi(\frac{v}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}))} \right\} - \left\{ \frac{2(\cos(\frac{\pi v}{2n-1}) - \cos(\pi v))}{\sin^2(\frac{\pi v}{2n-1})} + \frac{\cos(\pi(\frac{v}{2n-1} + \frac{1}{2n+1})) + \cos(\pi(v - \frac{2}{2n+1}))}{\sin^2(\pi(\frac{v}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}))} + \frac{\cos(\pi(\frac{v}{2n-1} - \frac{1}{2n+1})) + \cos(\pi(v + \frac{2}{2n+1}))}{\sin^2(\pi(\frac{v}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}))} \right\}}{(2n+1)^2 - \cot^2(\frac{\pi}{2(2n+1)})} \quad (88)$$

La propriété de ce diagramme de n'être positif qu'en son lobe central pour tout n et pour  $-(n-\frac{1}{2}) \leq v \leq n-\frac{1}{2}$  (partie visible) est encore vérifiée numériquement dans ce cas.

On vérifie aisément dans les formules (85) et (87), (86) et (88) qu'en faisant tendre le nombre N de radiateurs vers l'infini, les expressions des diagrammes tendent vers celles d'une ouverture continue, données respectivement par (83) et (84).

FIGURE 35 - Produit des diagrammes relatifs aux deux voies pour une antenne-réseau d'illumination statique en cosinus carré modulée à 100 % par une loi en dents de scie, et comportant  $2n+1$  radiateurs uniformément répartis sur une longueur  $L = n\lambda$ .

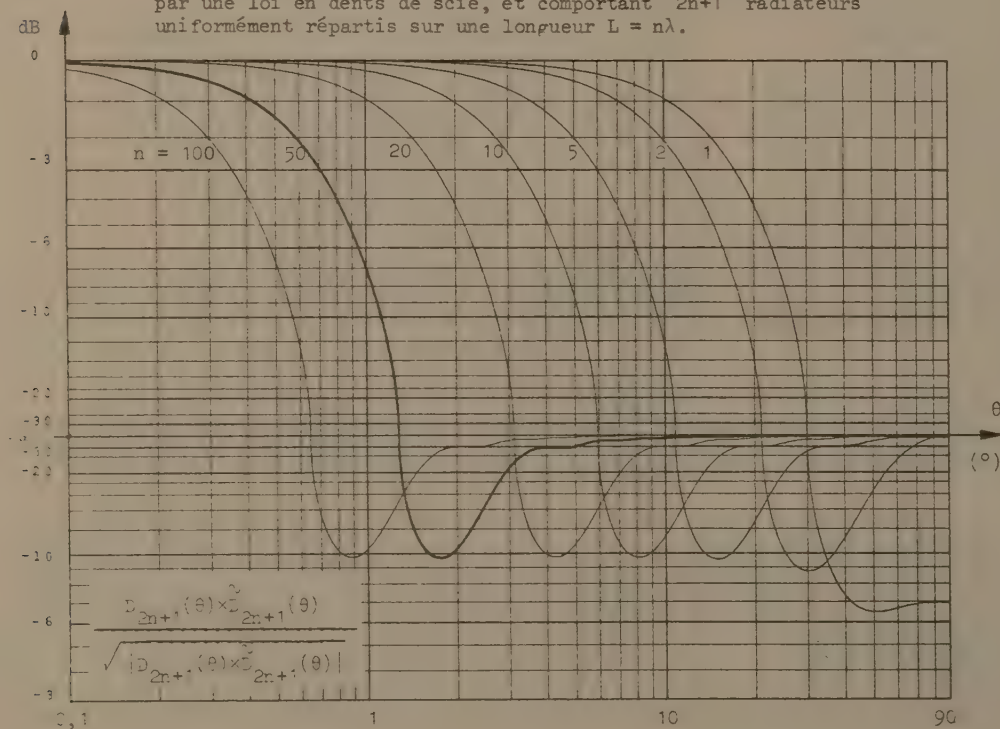
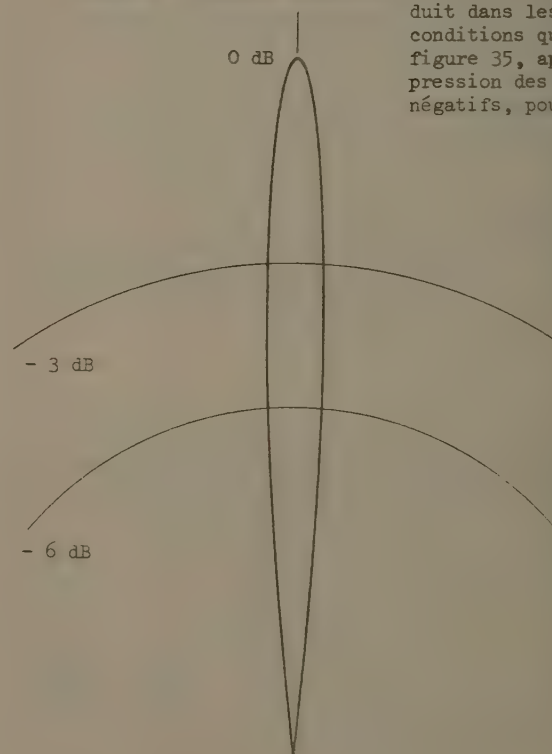


FIGURE 36 - Réponse angulaire de l'antenne à produit dans les mêmes conditions que la figure 35, après suppression des lobes négatifs, pour  $n = 10$ .



Le traitement appliqué à cette antenne faisant intervenir le produit des diagrammes des deux voies, c'est ce produit qui est présenté sur la figure 35, dans les cas suivants :

$$\left| \begin{array}{l} N = 2n + 1 \\ L = n\lambda \\ n = 1, 2, 5, 10, 20, 50 \text{ et } 100. \end{array} \right.$$

En réalité, afin de pouvoir comparer de façon homogène ce produit avec chacun des deux diagrammes pris séparément, nous avons porté sur la figure 35 la moyenne géométrique des deux, ce qui revient à considérer des expressions en décibels définies respectivement par :

$$\left| \begin{array}{l} 20 \log(D(\theta)) \\ 20 \log(\tilde{D}(\theta)) \\ 10 \log(D(\theta) \times \tilde{D}(\theta)) \end{array} \right. .$$

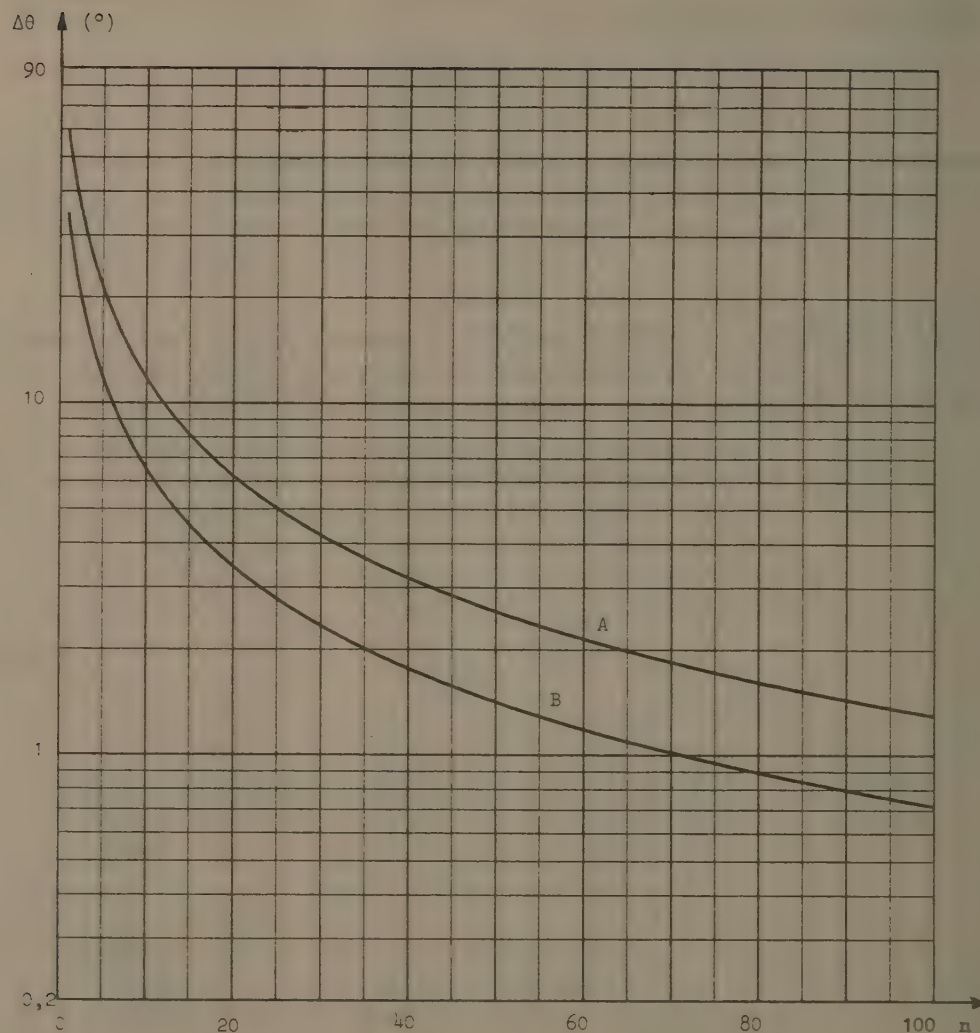
La figure 36 présente, en coordonnées polaires, la réponse angulaire finale du système après traitement (produit et circuit à seuil), dans le cas de 21 radiateurs équidistants sur une longueur totale  $L = 10\lambda$  ; pour rendre possible une comparaison avec les diagrammes polaires du paragraphe précédent, nous avons fait figurer, comme sur la figure 35, la fonction  $\sqrt{D(\theta) \times \tilde{D}(\theta)}$  .

La figure 37 (page 90) montre, en fonction du nombre  $n = L/\lambda$  ( $2n+1$  radiateurs), les variations respectives de la largeur à -3dB et de la largeur à la base du lobe unique dans le diagramme final de l'antenne à traitement étudiée.

FIGURE 37 - Antenne-réseau de  $(2n+1)$  radiateurs répartis uniformément sur une longueur  $L = n\lambda$ , réalisant le produit des signaux des deux voies et la suppression des lobes négatifs. Variation des largeurs à -3dB et à la base du lobe unique de la réponse angulaire du système pour une illumination statique en cosinus carré et une modulation à 100 % par une loi en dents de scie.

A : largeur à -3dB

B : largeur à la base ( $-\infty$  dB)



L'application à une antenne-réseau de la méthode de modulation d'ouverture exige la réalisation de commutateurs à deux sorties, qui devront être mis en place entre chaque radiateur et les circuits de sommation, sur la longueur d'antenne modulée. Ces commutateurs doivent être identiques, pour ne pas déformer les lois d'illumination propres des deux voies, et ce sont leurs caractéristiques d'isolement entre voies et de temps de commutation qui limitent les performances de l'antenne. En effet, si par exemple, lorsque les commutateurs sont connectés à la voie complémentaire, on reçoit sur la voie principale les mêmes signaux élémentaires affaiblis de 30 dB, la réponse angulaire de la voie principale est donnée par la somme du signal principal et du signal complémentaire atténué de 30 dB ; dans ce cas, il peut devenir illusoire de chercher une loi de modulation qui abaisse le niveau de lobes secondaires du diagramme principal au-dessous de -40dB ; c'est alors l'isolement des deux sorties des commutateurs utilisés qui limite l'ambiguïté angulaire du réseau.

D'autre part, le temps de commutation  $t_c$  détermine le temps minimal  $\tau_m$  pendant lequel un radiateur doit débiter dans une voie (on pourra par exemple imposer :  $\tau_m \geq 10 t_c$ ) ; or, pour un réseau et une loi de modulation donnés, la valeur la plus faible du temps de débit d'un radiateur dans une voie par période de modulation  $\tau_m/T$  est fixée ; on en déduit la valeur minimale de la période  $T$ , d'où la valeur maximale de la fréquence de modulation ; compte tenu du fait que la bande passante permise  $B$  est limitée par cette fréquence de modulation (voir figure 2), c'est donc le temps de commutation  $t_c$  qui impose une borne supérieure à la valeur de la bande passante  $B$ . Il faut par conséquent utiliser des commutateurs aussi rapides que possible.

Seuls les commutateurs à diodes semiconductrices permettent actuellement d'atteindre de très grandes vitesses de commutation dans les circuits VHF, UHF ou SHF ; avec certaines diodes P.I.N. de faible puissance, ce qui correspond à l'application envisagée puisque les antennes à modulation d'ouverture sont essentiellement destinées à la réception, on obtient des temps de commutation de quelques nanosecondes dans le sens diode conductrice - diode bloquée, et de une ou deux nanosecondes dans le sens contraire. Il est alors possible de moduler l'antenne-réseau à une fréquence de *plusieurs dizaines de mégahertz*, la limite supérieure étant fonction de la loi de modulation choisie, dont dépendent les valeurs extrêmes des temps d'ouverture et de fermeture.

Il est à noter que le système peut fonctionner avec des temps de commutation non négligeables vis-à-vis des temps d'ouverture et de fermeture ; dans ces conditions, cependant, une partie de la puissance est dissipée dans les diodes, ce qui sera sans inconvénient dans la plupart des cas, car il suffit de modifier en conséquence la loi d'illumination statique ; néanmoins, il est nécessaire d'en tenir compte dans le calcul des lois d'illumination dynamique propres aux deux voies, ce que nous ne ferons pas dans cette étude.

Selon le type d'application et la bande de fréquence de travail, l'antenne peut comporter un nombre plus ou moins grand de radiateurs élémentaires et, par suite, de commutateurs. Nous examinerons seulement le cas des micro-ondes et plus précisément de la bande X, où les antennes sont généralement à grand gain et comportent un grand nombre de radiateurs très rapprochés. Dans ces conditions, on sera vraisemblablement contraint d'adopter un type de commutateur aussi compact et aussi simple que possible ; c'est dans cette optique, plutôt que dans le but d'atteindre des performances exceptionnelles, que nous avons conçu un commutateur en guide rectangulaire standard WR90, dont nous donnons la description ci-après.

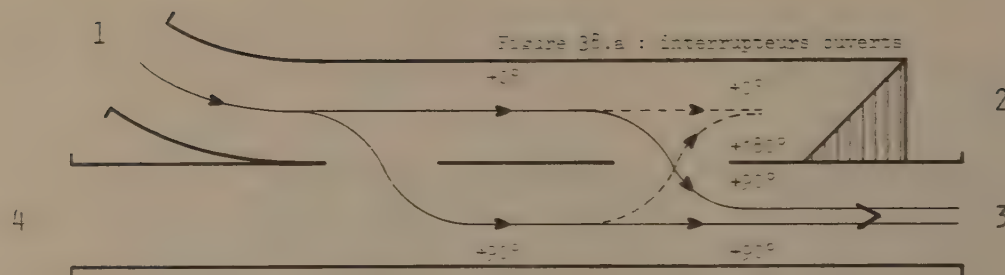
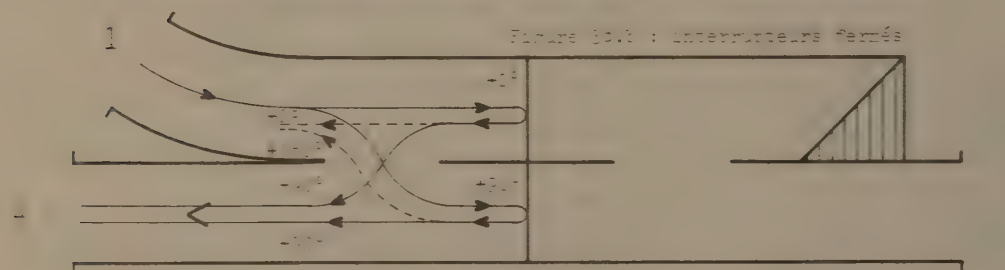


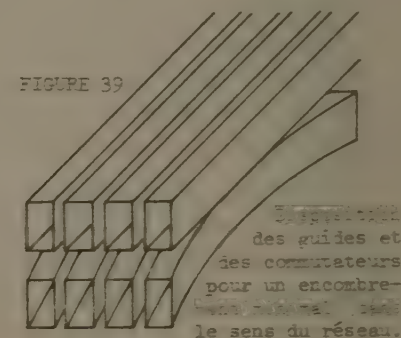
FIGURE 38 - Principe d'un commutateur à guides d'ondes à deux sorties utilisant deux coupleurs 3 dB et deux interrupteurs.



Cette étude pratique sera présentée en trois parties : nous examinerons successivement la réalisation d'un coupleur 3 dB, d'un interrupteur à diode, et enfin de l'ensemble constituant le commutateur.

#### 1.1. COUPLEUR 3 dB

Le type de coupleur que nous avons adopté est celui de RIBLET<sup>[17]</sup>, en raison de sa simplicité et de son faible encombrement ; c'est d'ailleurs la solution adoptée dans les duplexeurs de radar. Si l'on considère les contraintes d'encombrement pour les guides qui seront connectés à la sortie des radiateurs du réseau, le couplage par le réseau RIBLET est avantageux car il permet de les disposer comme l'indique la figure 39.



Le principe adopté est celui des duplexeurs de radar à coupleurs 3 dB ; il est décrit par les figures 38.a et 38.b où les interrupteurs sont respectivement représentés ouverts et fermés, et il repose sur la propriété connue suivante des coupleurs 3 dB : une onde incidente dans le bras 1 se divise en deux ondes émergentes de même amplitude et en quadrature de phase dans les bras 2 et 3.

Quand les interrupteurs sont ouverts (voir figure 38.a), les ondes émergent du bras 3 s'additionnent en phase et reconstituent théoriquement l'onde incidente, tandis que les ondes émergent du bras 2 s'annulent ; une charge adaptée est prévue pour absorber les résidus éventuels. Lorsque les interrupteurs sont en court-circuit, les ondes se recombinaient en phase dans le bras 4 et s'annulent dans le bras 1 (voir figure 38.b).

L'analyse théorique du coupleur de RIBLET a été donnée par STÖSSER<sup>[8]</sup> ; la figure 40 le représente en perspective et en coupe longitudinale ; on notera respectivement  $a$  et  $b$  les dimensions internes du grand et du petit côté du guide simple,  $e$  l'épaisseur de la paroi commune et  $l$  la longueur de couplage.

Figure 40.a

Vue en perspective

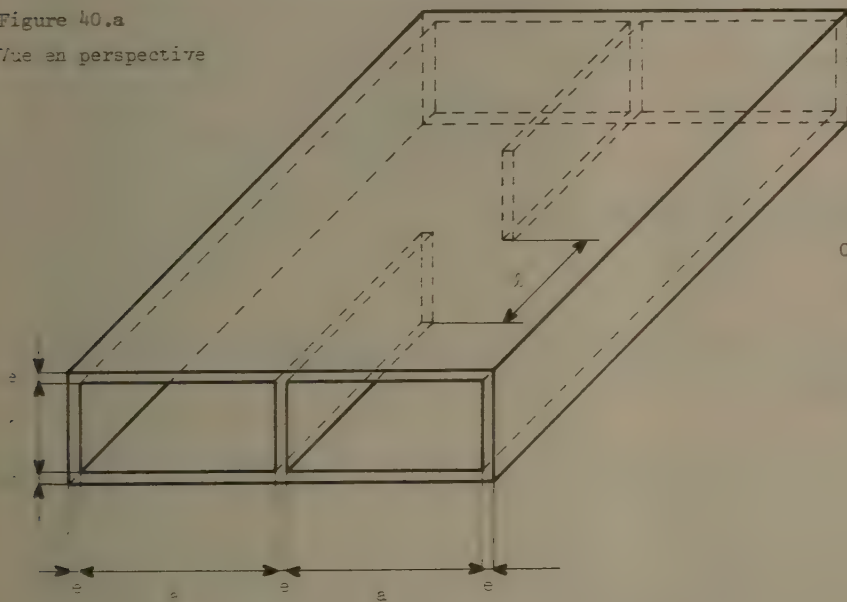


FIGURE 40  
Coupleur de  
RIBLET.

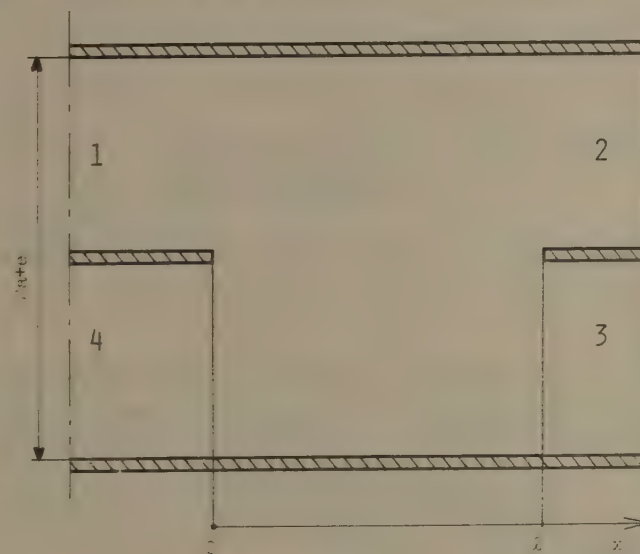
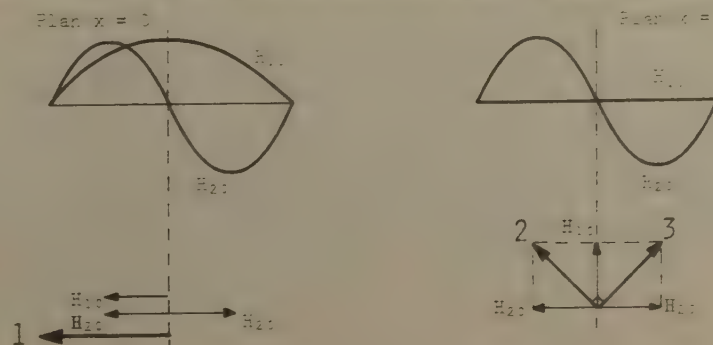


Figure 40.b  
Vue en coupe longitudinale

Seul le mode  $H_{10}$  est susceptible de se propager dans le guide simple ; au contraire, sur la longueur de couplage, le guide de grande largeur 2a se permet la propagation des deux modes  $H_{10}$  et  $H_{20}$ . Dans le plan  $x = 0$  (voir figure 40.b), une onde incidente dans le bras 1 excite dans le guide large une infinité de modes dont seuls les deux déjà cités se propagent ; chacun d'eux ayant sa constante de propagation propre (respectivement  $\beta_1$  et  $\beta_2$ ), il existe une abscisse minimale  $l$  pour laquelle ils se trouvent en quadrature (voir figure 41).

FIGURE 41 -

Evolution relative en amplitude et en phase des modes  $H_{10}$  et  $H_{20}$  dans le guide large



Dans le plan  $x = l$ , par un couplage symétrique de celui du plan  $x = 0$ , une onde de mode  $H_{10}$  est excitée dans chacun des deux guides simples ; ces ondes sont égales en amplitude, et en quadrature de phase, comme le montre la figure 41.

La condition à réaliser est donc donnée par l'équation :

$$|\beta_1 - \beta_2| l = \frac{\pi}{2} ;$$

les constantes de propagation des modes  $H_{10}$  et  $H_{20}$  dans le guide large ont respectivement pour expressions :

$$\beta_1 = \sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2a+e}\right)^2} ; \quad \beta_2 = \sqrt{\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{2a+e}\right)^2} .$$

A la fréquence  $f = 9,1$  GHz choisie, comme on le verra plus loin, en fonction des diodes utilisées, on obtient :

$$\text{pour : } \begin{cases} a = 22,86 \text{ mm} \\ e = 1,5 \text{ mm} \end{cases} : \begin{cases} \beta_1 = 0,179 \text{ rad/mm} \\ \beta_2 = 0,137 \text{ rad/mm} \end{cases} ; \text{ d'où : } l = 37,3 \text{ mm} .$$

Ce calcul ne tient pas compte des petites rotations de phase supplémentaires dues au fait que l'épaisseur de la paroi commune n'est pas nulle ; expérimentalement, nous avons déterminé la valeur optimale de la longueur de couplage suivante :

$$l = 39 \text{ mm} .$$

Le coupleur a été réalisé en soudant deux tronçons de guide WR90 dont l'un était cintré aux deux extrémités et usiné de façon à réduire l'épaisseur de la paroi commune à celle d'un seul guide.

On constate qu'un tel coupleur se comporte pratiquement comme un court-circuit à la fréquence pour laquelle la longueur d'onde guidée est égale à la longueur de couplage (ici à 10,07 GHz). Nous donnons donc, sur la figure 42 (page 95), les caractéristiques suivantes mesurées dans la bande 8,1-10 GHz :

- . Couplages  $C_{12}$  et  $C_{13}$  des bras 2 et 3 avec le bras 1 ;
- . Directivité  $D_{14}$ , égale au couplage du bras 4 avec le bras 1 ;
- . R.O.S. à l'entrée du bras 1 lorsque les trois autres bras sont adaptés.

FIGURE 42 - Performances du coupleur 3 dB

Figure 42.a - Couplages  $C_{12}$  et  $C_{13}$

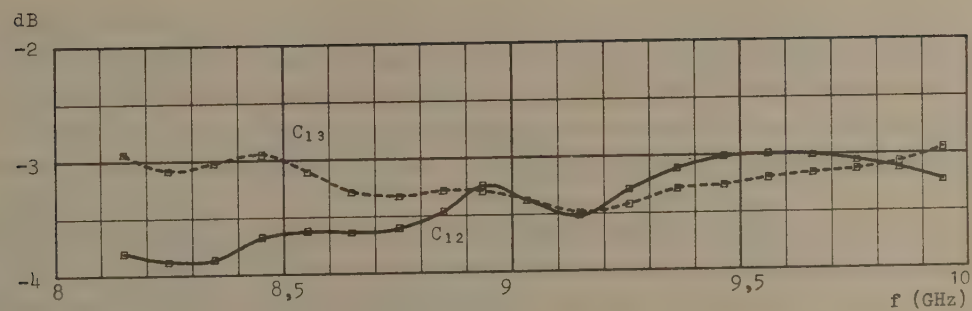


Figure 42.b - Directivité  $D_{14}$

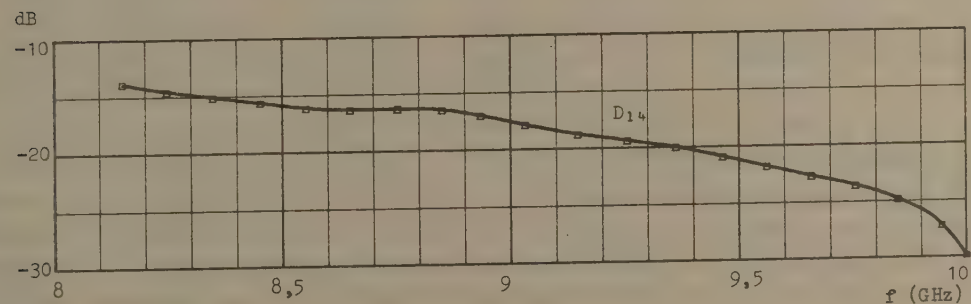
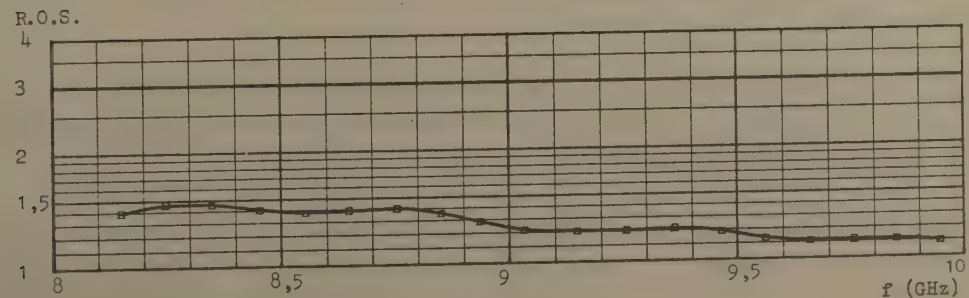


Figure 42.c - R.O.S. à l'entrée du bras 1 lorsque les trois autres sont adaptés



## 4.2. INTERRUPTEUR A DIODE P.I.N.

Pour réaliser les interrupteurs, nous avons adopté la méthode classique consistant à disposer en travers du guide, dans son axe, une diode susceptible de se comporter comme une impédance très forte (circuit ouvert) ou très faible (court-circuit) ; la diode utilisée est du type P.I.N., bien connu pour ses propriétés en commutation. Une des connexions doit être soudée à la paroi du guide, et l'autre doit traverser la paroi opposée par un système de découplage capacitif, pour être connectée au circuit de modulation.

Deux modes de fonctionnement fondamentalement différents sont possibles, selon que les paramètres réactifs de la diode, inductance  $L$  des connexions, capacité de jonction  $C$  et capacité de boîtier  $C_p$  (voir figure 43), sont ou non négligeables à la fréquence de travail. S'ils ne le sont pas, comme c'est généralement le cas en bande X, le seul mode possible consiste à utiliser d'une part l'inductance  $L$  et la capacité  $C_p$  en résonance parallèle, et d'autre part la même inductance et la capacité  $C$  en résonance série. C'est ce mode de fonctionnement que nous avons réalisé, au moyen de diodes sous verre LMT84T1.

La diode étant bloquée, la résistance de la jonction vaut quelques dizaines de kiloohms et se trouve shuntée par la capacité  $C$  qui est de l'ordre de 0,25 pF, ce qui réduit le schéma équivalent à un circuit résonnant en série, comme l'indique la figure 44.a ; à la fréquence de résonance, la diode représente un court-circuit et l'onde incidente dans le guide est réfléchie. La diode étant conductrice, la résistance totale  $R + r_s$  est de l'ordre de 0,7  $\Omega$ , et l'ensemble constitue un circuit bouchon (voir figure 44.b) ; à la fréquence de résonance, l'onde incidente traverse le circuit ouvert que représente alors l'interrupteur. Les conditions d'ouverture et de fermeture sont donc inversées par rapport au cas où la diode se comporte comme une simple résistance variable.

Pour obtenir un fonctionnement satisfaisant, il faut rendre aussi voisines que possible les fréquences de résonance série et parallèle, ce qui ne peut se faire qu'en modifiant, par des éléments extérieurs à la diode, l'inductance  $L$  et la capacité  $C_p$ .

Le dessin du montage effectué est donné par la figure 45 (page 97). Le cylindre de 5 mm de diamètre joue un triple rôle, et ses dimensions optimales ont été déterminées empiriquement ; à travers la paroi du guide, dont il est séparé par une feuille de polystyrène, il assure le découplage capacitif du circuit de modulation ; à l'intérieur du guide, il abaisse considérablement l'inductance de la connexion de la diode ; enfin, sa face d'appui sur la diode constitue avec la paroi opposée du guide une capacité en parallèle qui permet d'ajuster la valeur de  $C_p$ .

FIGURE 43 -

Schéma équivalent de la diode de commutation.

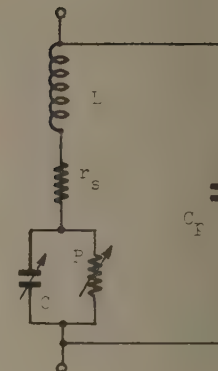


Figure 44.a  
Diode bloquée

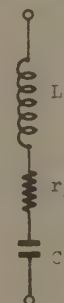


Figure 44.b  
Diode conductrice

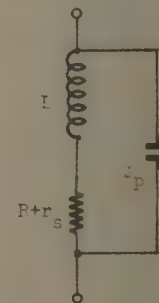
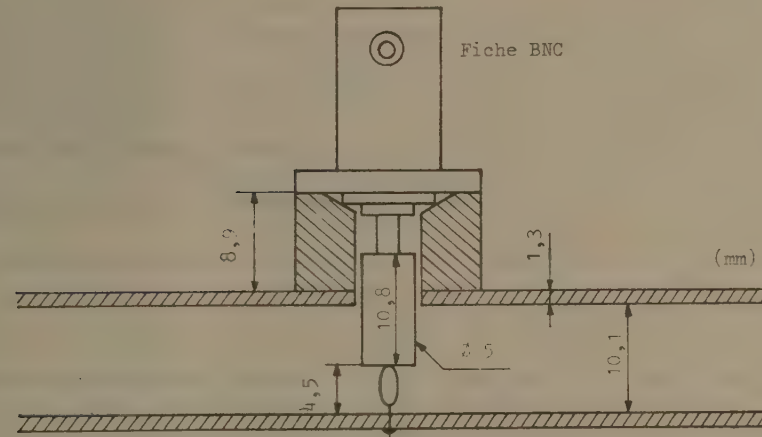


FIGURE 44 - Schémas équivalents en bande X de la diode dans ses deux états extrêmes

FIGURE 45 - Montage réalisé pour l'interrupteur à diode P.I.N.



La figure 46 (page 98) présente les résultats des mesures :

- . Affaiblissement de l'onde transmise par l'interrupteur ouvert ;
- . Affaiblissement de l'onde transmise par l'interrupteur fermé ;
- . R.O.S. à l'entrée de l'interrupteur ouvert.

On vérifiera que le fonctionnement est optimal dans le cas passant pour la fréquence de résonance en parallèle, soit environ 9,5 GHz, et dans le cas bloqué pour la fréquence de résonance série, soit 8,5 GHz, qu'il n'a pas été possible de rendre plus élevée pour le type de diode utilisé.

FIGURE 46 - Performances de l'interrupteur à diode P,I.N.

Figure 46.a - Affaiblissement dans le cas passant

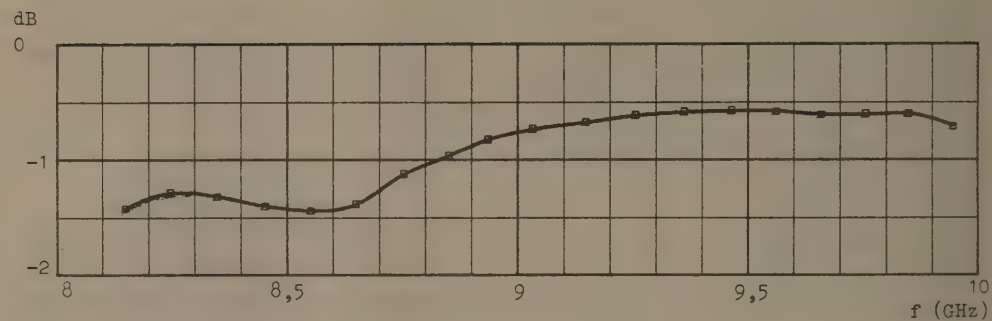


Figure 46.b - Affaiblissement dans le cas bloqué

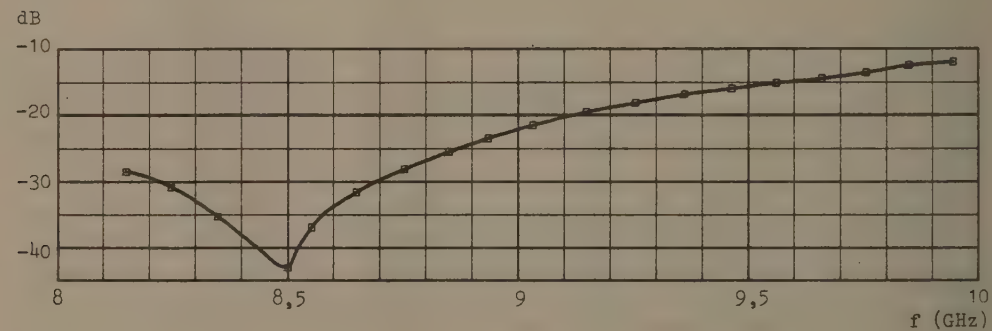
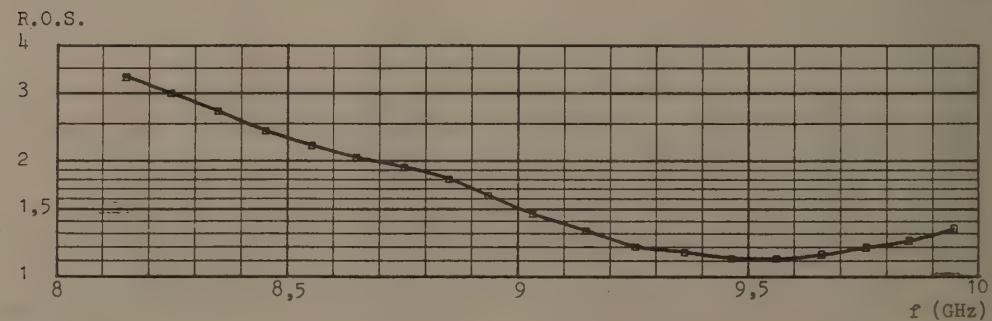


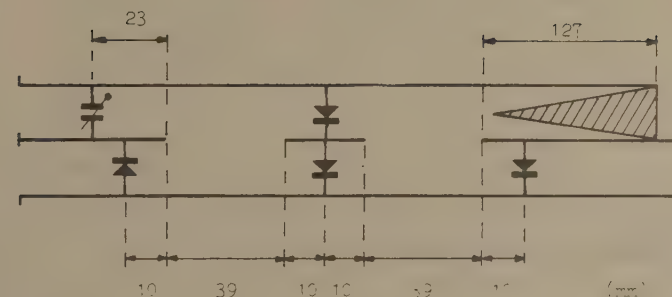
Figure 46.c - R.O.S. dans le cas passant



#### 4.3. COMMUTATEUR A DEUX SORTIES

Les mesures effectuées précédemment laissent prévoir qu'un montage réalisant le schéma simple de la figure 38 ne pourrait pas conduire à un découplage suffisant des deux voies de sortie. Afin de l'améliorer, le schéma de la figure ci-contre a été adopté ; il comporte deux interrupteurs à diode supplémentaires qui bloquent alternativement les voies de sortie, atténuant ainsi l'onde résiduelle dans la voie bloquée.

FIGURE 47 - Schéma du montage réalisé pour le commutateur à deux sorties



Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 48 (page 100) ; ils ne sont portés que sur la bande de fréquence où ils présentent un intérêt (0,5 à 9,5 GHz) ; la figure 48.a montre la perte d'insertion dans la voie passante, dans les deux états de fonctionnement ; la figure 48.b indique l'isolement de la voie bloquée, et on constate qu'il est meilleur que -40dB sur la moitié inférieure de la bande, dans les deux états ; enfin la figure 48.c montre, en traits fins, le R.O.S. présenté à l'entrée dans les deux positions.

Une mesure d'impédance a montré qu'il était alors possible d'abaisser simultanément le R.O.S. pour les deux positions du commutateur, à l'aide d'un noyau plongeur capacitif placé comme l'indique la figure 47 ; son introduction n'a pas modifié les valeurs d'affaiblissements, mais a conduit aux courbes de R.O.S. définitives portées en traits épais sur la figure 48.c.

Pour conclure, on remarquera que ce commutateur, bien que les diodes aient été utilisées à l'extrême limite de leurs possibilités (en particulier, la fréquence de résonance série est un peu trop basse) et que les coupleurs de RIBLET aient été employés dans leur version la plus simple (sans dispositif de compensation), présente des performances très convenables. En particulier, la bande passante est de l'ordre de 300 MHz, ce qui est honorable pour un système à résonance et suffisant pour beaucoup d'applications.

Il serait possible d'obtenir une bande passante beaucoup plus large en utilisant :

- . des diodes miniatures en capsules plates à fréquences de résonance nettement plus élevées, fonctionnant dans le mode apériodique ;
- . des coupleurs de RIBLET compensés par dômes capacitifs.

Par ailleurs, on peut envisager une amélioration des caractéristiques d'isolation en doublant toutes les diodes par d'autres diodes placées soit dans le même plan transversal, soit dans des plans décalés.

FIGURE 48 - Performances du commutateur à deux sorties réalisé

— sortie en 3 pour la voie passante  
 - - - - - sortie en 4 pour la voie passante

Figure 48.a -  
 Perte d'insertion de la voie passante

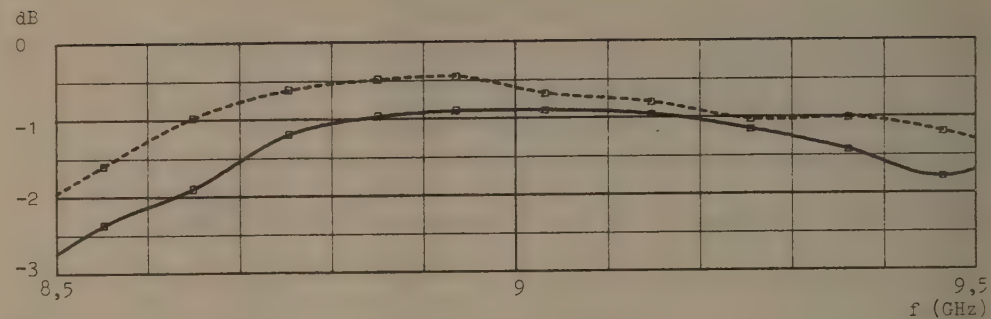


Figure 48.b -  
 Isolement de la voie bloquée

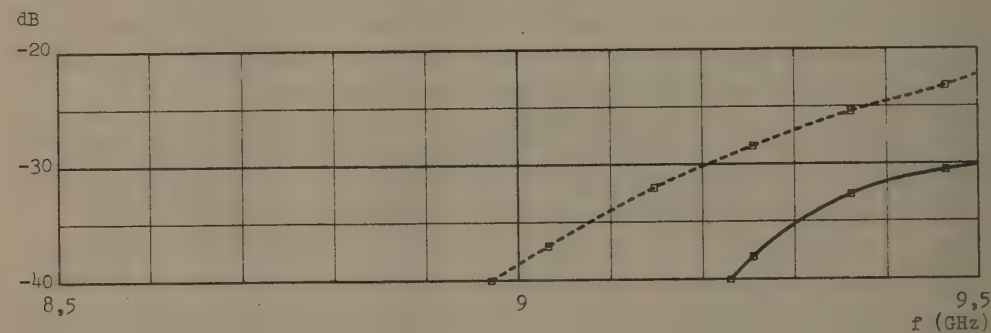
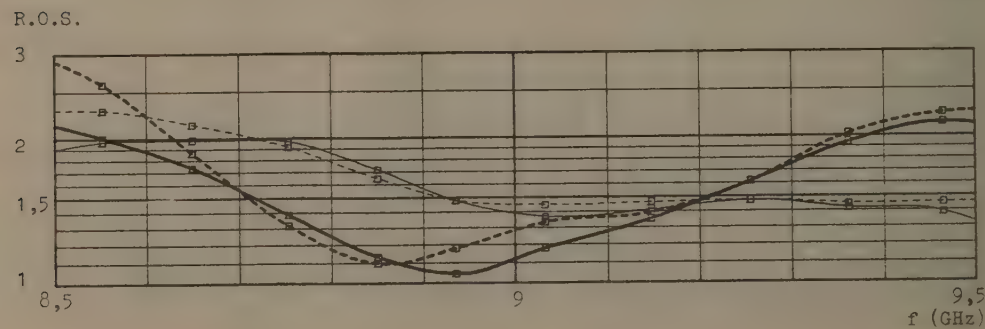


Figure 48.c -  
 R.O.S. présenté à l'entrée :  
 traits fins : sans compensation  
 traits épais : avec compensation par noyau capacitif



## CONCLUSION

---

La méthode de modulation d'ouverture, sous la forme où nous la proposons, consiste à séparer en deux voies, à l'aide de commutateurs rapides, le signal reçu par une antenne-réseau ; elle revient à synthétiser deux antennes fictives de même centre de phase, mais de réponses angulaires différentes. Les deux diagrammes peuvent être synthétisés indépendamment au moyen de la loi d'illumination statique et de la loi de modulation d'ouverture, qui déterminent entièrement le système.

Une recherche numérique portant sur deux lois d'illumination statique avec piédestal et trois fonctions de modulation typiques, dans le cas d'ouvertures continues, a montré comment il était possible d'abaisser le niveau des lobes secondaires, voire de les supprimer, dans le diagramme relatif à une voie, tout en améliorant le pouvoir séparateur angulaire dans l'autre voie.

L'étude de deux cas particuliers de réseaux modulés a montré que les propriétés remarquables des diagrammes calculés pour une ouverture continue (par exemple l'absence de lobes secondaires) restent vérifiées sur la partie visible des diagrammes calculés pour un réseau de radiateurs, à condition que ces derniers ne soient pas distants l'un de l'autre de plus d'une demi-longueur d'onde.

Par ailleurs, à la sortie de chaque voie, la puissance recueillie est égale à celle qu'on aurait sans modulation d'ouverture, en ajustant la loi d'illumination de manière à obtenir un diagramme identique à celui de la voie considérée.

La bande passante des signaux reçus est limitée par la fréquence de modulation d'ouverture, donc par la vitesse de commutation ; grâce à l'emploi de diodes P.I.N., il est possible d'atteindre des valeurs de plusieurs dizaines de mégahertz. Le modèle expérimental de commutateur à diodes P.I.N. que nous avons réalisé montre qu'on peut obtenir, par des moyens simples et sous un faible encombrement, des performances satisfaisantes quant à la perte d'insertion, l'isolement entre voies et la bande de fréquence de fonctionnement.

Enfin, un traitement des signaux de sortie des deux voies peut être envisagé, de manière à former une seule voie qui présente d'excellentes performances à la fois en pouvoir séparateur et en ambiguïté angulaires; nous en avons suggéré deux, le traitement logique et le produit des signaux. En particulier, la possibilité d'avoir sur une des voies un diagramme toujours positif et sur l'autre un diagramme où tous les lobes secondaires sont négatifs permet d'obtenir, à la sortie d'un système à produit suivi d'un dispositif à seuil, une réponse angulaire non nulle seulement pour le lobe principal.

L'ensemble de ces propriétés, auxquelles il faut ajouter la modicité des puissances de commande nécessaires, fait de la modulation d'ouverture une méthode de traitement intéressante, en particulier pour les problèmes d'antennes adaptatives, d'élimination de brouilleurs non omnidirectionnels, etc.. Les commutateurs peuvent aisément être pilotés par un ordinateur qui commanderait aussi, le cas échéant, les gains des amplificateurs placés à la sortie de chaque radiateur; dans ces conditions, la loi de modulation d'ouverture et la loi d'illumination statique pourraient être modifiées à tout instant.

Nous avons limité la présente étude au cas d'une modulation temporelle par tout ou rien des radiateurs élémentaires. L'application de la méthode à des signaux de très large bande conduirait à ne plus pouvoir négliger les temps de commutation, et par suite à tenir compte d'une modulation graduelle; or la forme de cette modulation détermine les diagrammes correspondant aux bandes latérales observées avant filtrage. Une étude intéressante consisterait donc à analyser le cas d'une modulation graduelle, et en particulier à examiner les possibilités d'utilisation des bandes latérales, par exemple en vue de réaliser des diagrammes multifaisceaux.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] H.E. SHANKS, R.W. BICKMORE  
Four-dimensional electromagnetic radiators  
Can. J. Phys., 37, 263-75 (mars 1959) ;
- [2] B.R. HATCHER  
General time-modulated antenna-arrays  
Microwave Journal, 10 n° 13, 53-7 (décembre 1967) ;
- [3] H.E. SHANKS  
A new technique for electronic scanning  
I.R.E. Trans., AP.9 n° 2, 162-6 (mars 1961) ;
- [4] W.H. KUMMER, A.T. VILLENEUVE, F.G. TERRIO  
Scanning without phase shifters  
Electronics, 36 n° 13, 27-32 (mars 1963) ;
- [5] W.H. KUMMER, A.T. VILLENEUVE, T.S. FONG, F.G. TERRIO  
Ultra-low sidelobes from time-modulated arrays  
I.R.E. Trans., AP.11 n° 11, 633-9 (novembre 1963) ;
- [6] A. KSIENKI, G.G. COMISAR, O.R. PRICE  
Logical pattern synthesis  
I.R.E. Wescon Conv. Rec., part 1, 32-39 (1959) ;
- [7] H.J. RIBLET  
The short-slot hybrid junction  
Proc.I.R.E., 40 n° 2, 180-4 (février 1952) ;
- [8] W. STÖSSER  
Der 3 dB - Koppler  
Frequenz, 14 n° 4, 117-21 (avril 1960) .

### REFERENCES GENERALES

- R.W. BICKMORE (ed. HANSEN)  
*Microwave scanning antennas*, Academic Press (1966)  
3 chapitre 4 : Time versus space in antenna theory ;
- I.S. GRADSHTEYN, I.M. RYZHIK  
*Table of integrals, series and products*, Academic Press (1965).



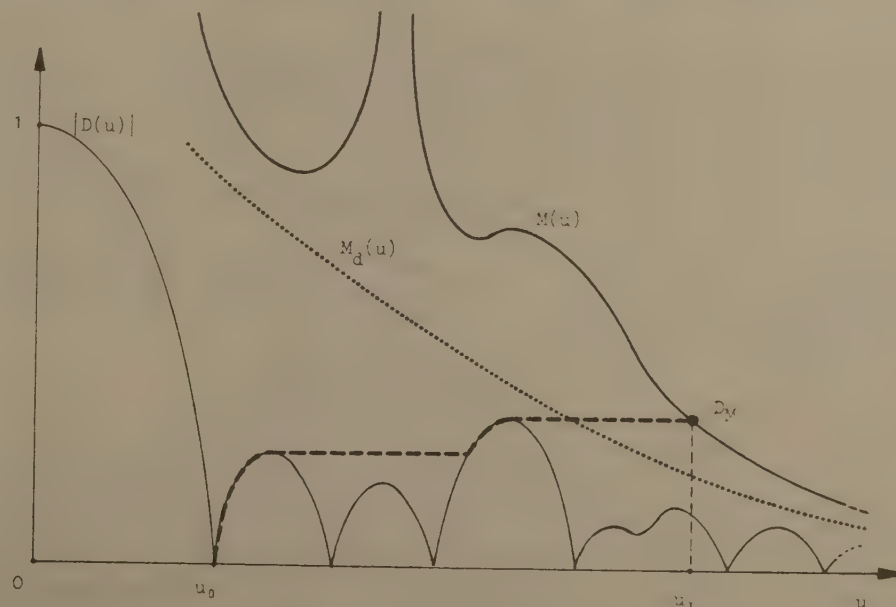
Le principe utilisé est illustré par la figure ci-dessous ; la fonction  $|D(u)|$  étant calculée pour des valeurs croissantes de  $u$  avec un pas d'incrément  $\Delta u$  suffisamment fin, il est nécessaire dans un premier temps de déterminer la limite  $u_0$  du lobe principal, qui par définition est la plus petite valeur positive de  $u$  pour laquelle on vérifie :  $\frac{d|D(u)|}{du} \geq 0$  ; pour  $u$  supérieur à  $u_0$ , les valeurs successives prises par  $|D(u)|$  sont comparées entre elles au fur et à mesure, et la plus forte est conservée dans une mémoire  $D_M$  ; il faut alors déterminer une valeur  $u_1$  de la variable  $u$  telle que le diagramme  $D(u)$  ne comporte aucun lobe secondaire de niveau supérieur à  $D_M$  pour  $u$  plus grand que  $u_1$  ; ainsi, le calcul pourra s'arrêter dès que  $u$  atteindra la valeur  $u_1$ , et le niveau cherché sera donné par :  $\Psi = 20 \log D_M$ .

La détermination de  $u_1$  exige la connaissance d'une fonction décroissante  $M_d(u)$  définie sur  $(u_0, +\infty)$ , qui majore partout  $|D(u)|$  ; en comparant, en chaque point  $u \geq u_0$ ,  $D_M$  et  $M_d(u)$ , on arrive nécessairement à une valeur  $u_1$  de  $u$  pour laquelle on vérifie :  $D_M > M_d(u)$  ; il est alors certain que le niveau maximal de lobes secondaires est donné par  $D_M$ , puisque pour  $u$  supérieur à  $u_1$  la fonction  $M_d(u)$ , et a fortiori  $|D(u)|$ , sont partout inférieures à cette valeur.

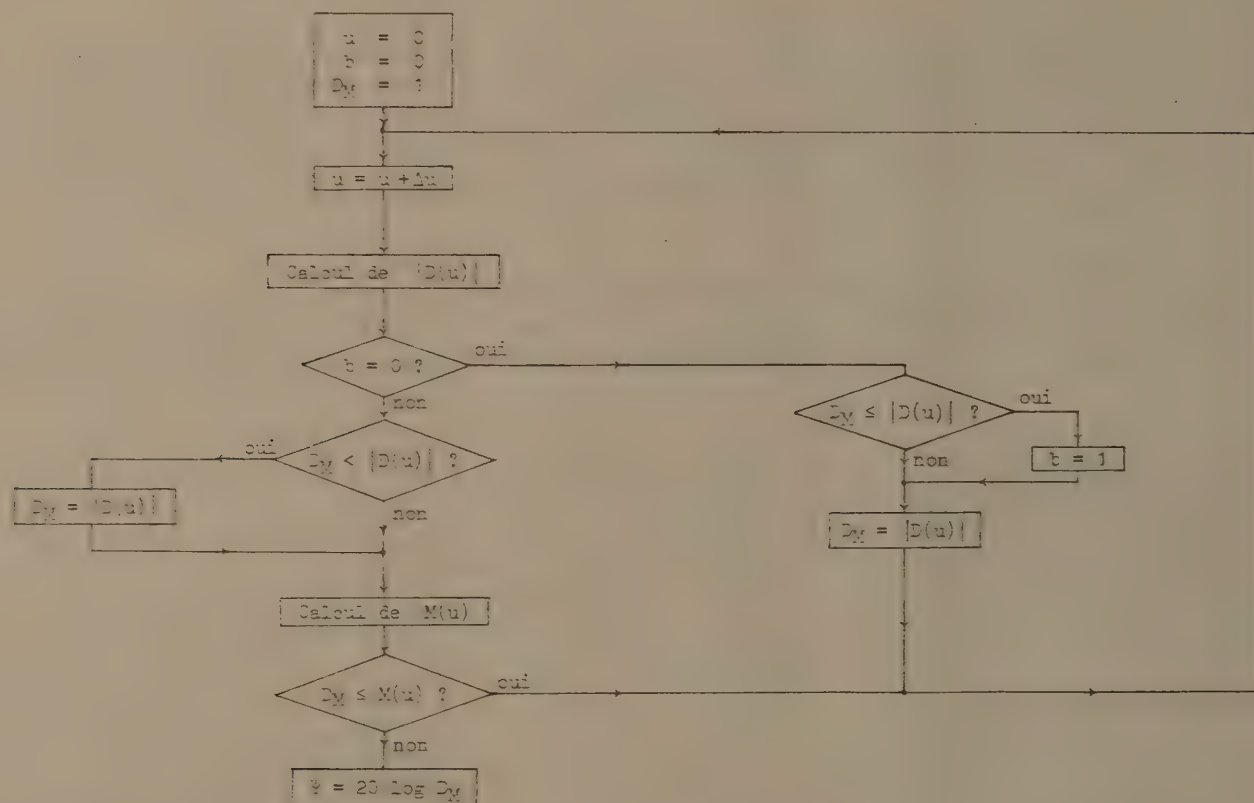
En pratique, on ne dispose pas toujours sous forme analytique simple d'une telle fonction décroissante ; il suffit cependant que  $M_d(u)$  existe et que l'on utilise une fonction majorante  $M(u)$ , définie sur  $(u_0, +\infty)$ , qui soit en tout point supérieure ou égale à  $M_d(u)$  et tende vers zéro quand  $u$  tend vers l'infini.

L'ensemble des conditions à réaliser se résume ainsi :

$$\left| \begin{array}{l} M(u) \geq M_d(u) \geq |D(u)| \\ \frac{d(M_d(u))}{du} \leq 0 \\ M(u) \rightarrow 0 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \text{pour tout } u \geq u_0 \\ \\ \text{si } u \rightarrow +\infty. \end{array}$$



Les calculs numériques sur ordinateur ont été effectués conformément à l'organigramme présenté ci-après ; l'utilisation d'une variable booléenne  $b$  permet de distinguer les deux phases du calcul correspondant à  $u < u_0$  ( $b = 0$ ) et à  $u \geq u_0$  ( $b = 1$ ).



## DEMONSTRATION DE L'ABSENCE DE LOBES SECONDAIRES DANS DEUX DIAGRAMMES PARTICULIERS

Par raison de simplicité, les diagrammes seront exprimés en fonction de la variable angulaire  $u$  définie par la formule 2). Dans chacun des deux cas étudiés, on peut vérifier graphiquement sans ambiguïté que le diagramme est décroissant quand  $u$  varie de 0 à  $\pi$  (soit, si l'on se reporte aux courbes A des figures 26 et 3-, quand  $\theta$  varie de  $0^\circ$  à environ  $2,3^\circ$ ); nous nous bornerons donc à démontrer que cette propriété se conserve lorsque  $u$  varie de  $\pi$  à l'infini.

## DIAGRAMME PRINCIPAL D'UNE OUVERTURE CONTINUE D'ILLUMINATION STATIQUE UNIFORME MODULÉE A 100 % PAR UNE LOI EN DENTS DE SCIE NON LINÉAIRES

L'expression de ce diagramme est donnée par la formule 77; en fonction de  $u = \pi v/2$ , elle devient :

$$D(u) = \frac{\sqrt{3}}{2u^2} \left( 1 - \frac{\sin 2u}{2u} \right)$$

En dérivant par rapport à  $u$ , on obtient :  $D'(u) = -\frac{\sqrt{3}}{2u^3} \left( 1 + \frac{\cos 2u}{u} - \frac{3 \sin 2u}{2u^2} \right)$

Pour  $u \geq \pi$ , on vérifie toujours :  $\left( 1 + \frac{\cos 2u}{2} - \frac{3 \sin 2u}{4u} \right) > \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{3}{2\pi} \right) > 0$ .

Par conséquent, la dérivée  $D'(u)$  étant négative pour toute valeur positive de  $u$ , le diagramme  $D(u)$  est sans lobes secondaires.

## DIAGRAMME PRINCIPAL D'UNE OUVERTURE CONTINUE D'ILLUMINATION STATIQUE EN COSINUS CARRE MODULÉE A 100 % PAR UNE LOI EN DENTS DE SCIE

L'expression de ce diagramme est donnée par la formule (83); en fonction de  $u = \pi v/2$ , elle devient :

$$D(u) = \frac{\frac{\sin^2 u}{u^2} + \cos^2 u \left( \frac{\frac{\pi}{2}^2 + u^2}{\left( \frac{\pi}{2}^2 - u^2 \right)^2} \right)}{1 + \frac{1}{\left( \frac{\pi}{2} \right)^2}}$$

En dérivant par rapport à  $u$ , on obtient :

$$D'(u) = \frac{-2}{1 + \frac{1}{\left( \frac{\pi}{2} \right)^2}} \times \frac{\cos^2 u}{u} \times \frac{1}{\left( \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 - u^2 \right)^3} \left\{ \left( \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 - u^2 \right) X^2 - \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \left( \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 - 3u^2 \right) X - u^2 \left( 3 \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 + u^2 \right) \right\}$$

← ————— X ————— →

avec :  $X = \left( \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 - u^2 \right) \frac{u \cos u}{u}$

Le trinôme  $T$  en  $X$  a pour discriminant :  $\Delta = \left(\frac{\pi}{2}\right)^4 \left\{ \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 3u^2 \right\}^2 + 4u^2 \left\{ 3\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + u^2 \right\} \left\{ \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - u^2 \right\}$ ,

En posant :  $\left| \begin{array}{l} a = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \\ x = u^2 + a\left(\frac{3a}{4} - \frac{2}{3}\right) \end{array} \right|$  on peut l'écrire sous la forme canonique suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \Delta = -4(x^3 + px + q) \\ \text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} p = -\frac{a^2}{48} (81a^2 - 216a + 208) \\ q = -\frac{a^3}{864} (729a^3 - 2916a^2 + 4752a - 2240) \end{array} \right. \end{array} \right|$$

Le discriminant de cette expression du troisième degré en  $x$  est :  $4p^3 + 27q^2 = \frac{a^6}{4} (135a^3 - 576a^2 + 976a - 576)$ .

On vérifie numériquement les inégalités suivantes :  $\left| \begin{array}{l} p < 0 \\ 4p^3 + 27q^2 > 0 \end{array} \right|$ . Il en découle que  $\Delta$  n'a qu'une racine réelle en  $x$ , soit au plus une racine réelle positive en  $u$ .

On vérifie aisément les implications :  $\left| \begin{array}{l} u = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta > 0 \\ u = \pi \Rightarrow \Delta < 0 \end{array} \right|$ , et la racine unique de  $\Delta$  est donc comprise entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\pi$ .

Pour  $u > \pi$ , le discriminant  $\Delta$  est toujours négatif, et le trinôme  $T$  a le même signe que  $\left\{ \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - u^2 \right\}$  ; par suite, la dérivée  $D'(u)$  étant négative pour toute valeur positive de  $u$ , le diagramme  $D(u)$  est sans lobes secondaires.

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le

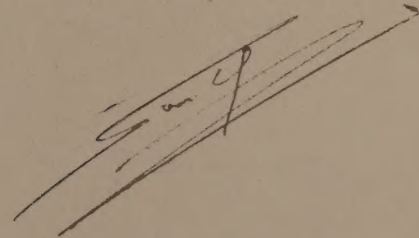
le Président de la thèse

J. Bunt

VU, et permis d'imprimer,

Grenoble, le

le Président de l'Université  
Scientifique et Médicale

A large, stylized handwritten signature, possibly reading 'G. Bunt', is written over the text of the President of the University.





